



Πέμπτη 11 Μαΐου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Φυλλάδιο 12

1 Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών τιμών

$$\begin{aligned}u_t - u_{xx} &= t^2 \sin x, & 0 < x < \pi, & \quad t > 0, \\u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & \quad t > 0, \\u(x, 0) &= \sin 2x & \quad 0 < x < \pi.\end{aligned}$$

2). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών τύπου Neumann

$$\begin{aligned}u_t - u_{xx} &= \cos^2 x - \sin^2 x + \frac{x^2}{2\pi} - \frac{t}{\pi}, & 0 < x < \pi, & \quad t > 0, \\u_x(0, t) &= 0, \quad u_x(\pi, t) = t, & \quad t > 0, \\u(x, 0) &= \frac{1}{2} \cos x, & \quad 0 < x < \pi.\end{aligned}$$

3). Να λυθεί το πρόβλημα συνοριακών τιμών

$$\begin{aligned}u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) &= 0, & 0 < x < \pi, & \quad 0 < y < \pi, \\u(0, y) &= 0, \quad u(\pi, y) = \sin y, & \quad 0 < y < \pi, \\u(x, 0) &= 0, & \quad 0 < x < \pi, \\u(x, \pi) &= 0, & \quad 0 < x < \pi.\end{aligned}$$

4)<sup>⊗</sup>. Να λυθεί το πρόβλημα συνοριακών τιμών

$$\begin{aligned}u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) &= 0, & 0 < x < \frac{\pi}{2}, & \quad 0 < y < 1, \\u(0, y) &= u_x\left(\frac{\pi}{2}, y\right) = 0, & \quad 0 < y < 1, \\u(x, 0) &= 0, & \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\u(x, 1) &= -2 \sin x \sinh 1 + \sin 3x \sinh 3, & \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}.\end{aligned}$$

Παράδοση: Τετάρτη 17 Μαΐου 2023. Η ασκηση 4 θα λυθεί στην τάξη και δεν χρειάζεται να παραδοθεί.