



Πέμπτη 23 Φεβρουαρίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Φυλλάδιο 3

1). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$(3x^2 + 4xy)dx + (2x^2 + 2y)dy = 0, \quad y(0) = 1,$$

2). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$y' = -\frac{xy + y^2 + y}{x^2 + 3xy + 2x}, \quad y(1) = 1,$$

εαν είναι γνωστό ότι, όταν γραφεί σε διαφορική μορφή, υπάρχει ολοκληρωτικός παράγοντας της μορφής $\mu(y)$.

3). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\begin{aligned} xe^{-y} + 1 + y' &= 0, & x \in \mathbf{R}, \\ y(0) &= 0. \end{aligned}$$

εαν είναι γνωστό ότι υπάρχει ολοκληρωτικός παράγοντας της μορφής $\mu(x + y)$. Ποιό είναι το μέγιστο πεδίο ορισμού της λύσης;

4). Δείξτε ότι οι συναρτήσεις

$$x, \sin x, e^x,$$

είναι γραμμικώς ανεξάρτητες σε κάθε διάστημα $[a, b]$ με $a < b$.