



Πέμπτη 23 Μαρτίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Φυλλάδιο 7

1). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών (πρόβλημα Cauchy)

$$u_t + u_x = u, \quad u(x, 0) = \cos x.$$

(Απ.  $u(x, t) = e^t \cos(t - x)$ )

2). Να λυθεί το Πρόβλημα Cauchy, στο άνω ημιεπίπεδο  $\mathbf{R}_+^2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y > 0\}$ .

$$u_x + 2xu_y = 2xu, \quad u(x, 0) = x^2.$$

(Απ.  $u(x, y) = e^y(x^2 - y)$ )

3). Να λυθεί το Π.Α.Τ. (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned} u_t(x, t) - (x + t)u_x(x + t) &= (x + t - 1)e^t, & x \in \mathbf{R}, & t > 0, \\ u(x, 0) &= f(x). \end{aligned}$$

(Απ.  $u(x, t) = t(x + t - 1)e^t + f((x + t - 1)e^t + 1)$ )

4). Να βρεθεί συνάρτηση  $u = u(x, y)$  τ.ω.

$$xu_x + yu_y = xe^{-u}, \quad x > 0, \quad 0 < y < x^2,$$

και  $u = 0$  πάνω στην παραβολή  $y = x^2$ .

(Απ.  $u(x, y) = \ln(x + 1 - \frac{y}{x})$ )

Παράδοση: Τετάρτη 29 Μαρτίου 2023