



Πέμπτη 6 Απριλίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Φυλλάδιο 9

1). Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

2). Να αναπτυχθεί σε σειρά ημιτόνων η συνάρτηση

$$\phi(x) = x(1 - x), \quad 0 < x < 1.$$

3). Εστω f παραγωγίσιμη συνάρτηση και $F(x) = \int_0^x f(s)ds$. Δείξτε ότι

(i) Αν f άρτια συνάρτηση τότε $f'(x)$ και $F(x)$ είναι περιττές συναρτήσεις.

(ii) Αν f περιττή συνάρτηση τότε $f'(x)$ και $F(x)$ είναι άρτιες συναρτήσεις.

4). Δίδεται το Πρόβλημα συνοριακών τιμών (Π.Σ.Τ.)

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad 0 < x < l, \quad X'(0) = X'(l) = 0.$$

Βρείτε τις ιδιοτιμές και τις ιδιοσυναρτήσεις του προβλήματος, δηλ. τις τιμές του λ για τις οποίες το πρόβλημα επιδέχεται μη τετριμμένες λύσεις καθώς και τις λύσεις αυτές. Εργαστείτε όπως στην τάξη/σημειώσεις.

5). Δείξτε ότι το Π.Σ.Τ. **δεν** έχει ιδιοτιμές,

$$y''(x) + \lambda y'(x) = 0, \quad y(0) + y'(0) = 0, \quad y'(1) = 0.$$

Παράδοση: Τετάρτη 26 Απριλίου 2023