



Παρασκευή 9 Ιουνίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Τελικό διαγώνισμα

1). Να βρεθεί παραγωγίσιμη συνάρτηση $f(x)$ με $f(0) = -2$, τ.ω. η Διαφορική Εξίσωση

$$(1 + y^2 \sin x)dx + f(x)ydy = 0,$$

να είναι πλήρης. Στη συνέχεια να βρεθεί η λύση της Δ.Ε. που ικανοποιεί $y(0) = 1$ καθώς και το διάστημα στο οποίο ορίζεται η λύση αυτή.

2). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$(x + y)u_x + u_y = x, \quad u(x, 0) = x, \quad y > 0.$$

3). Να λυθεί το μη ομογενές πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών τύπου Dirichlet

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 10e^t \sin 5x, & 0 < x < \pi, & \quad t > 0, \\ u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & t > 0, \\ u(x, 0) &= 0, & 0 < x < \pi, \\ u_t(x, 0) &= \sin 3x, & 0 < x < \pi. \end{aligned}$$

4). Βρείτε τη λύση της παρακάτω μη ομογενούς εξίσωσης θερμότητας

$$\begin{aligned} u_t - u_{xx} &= \cos^2 x, & 0 < x < \pi, & \quad t > 0, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) &= 0, & t > 0, \\ u(x, 0) &= \cos x, & 0 < x < \pi, \end{aligned}$$

Οι απαντήσεις πρέπει να είναι πλήρως δικαιολογημένες
Διάρκεια εξέτασης 1.45'.