



Τετάρτη 22 Μαρτίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Πρόοδος

1). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$y' = \frac{xy^3}{\sqrt{1+x^2}}, \quad y(0) = 1,$$

όπου  $y = y(x)$ . Σε ποιά διάστημα ορίζεται η λύση;

2). Δίδεται η Δ.Ε.

$$y'(x) + (1 - 2x)y(x) + (x - 1)y^2(x) + x = 0.$$

Αφού παρατηρήσετε ότι η  $y_1 = 1$  είναι λύση της εξίσωσης, στη συνέχεια βρείτε τη γενική λύση.

3). Να βρεθεί η γενική λύση της

$$x^2 y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = x \ln x, \quad x > 0.$$

4). Να βρεθεί η συνάρτηση  $y = y(x)$  που ικανοποιεί

$$y(1 - xy)dx + xdy = 0, \quad y(1) = 1,$$

αν είναι γνωστό ότι η παραπάνω Δ.Ε. επιδέχεται ολοκληρωτικό παράγοντα της μορφής  $\mu = \mu(xy)$ .

Οι απαντήσεις πρέπει να είναι πλήρως δικαιολογημένες  
Διάρκεια εξέτασης 1.30'.