



Τρίτη 5 Δεκεμβρίου 2023

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός I

Φυλλάδιο 10

1) Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

$$\int \frac{1}{x^4 - 1} dx, \quad \int \frac{\sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

Υποδ. Για το πρώτο αναλύστε το σε απλούστερα κλάσματα. Για το δεύτερο χρησιμοποιήστε την αλλαγή μεταβλητής $u = \tan \frac{x}{2}$. Για το τρίτο χρησιμοποιήστε την $u = x + \sqrt{x^2 + 1} > 0$.

2) Υπολογίστε τα ολοκληρώματα εφόσον υπάρχουν ή δείξτε ότι δεν υπάρχουν.

$$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx, \quad \int_0^1 \ln x dx, \quad \int_e^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx, \quad \int_e^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx.$$

Υποδ. Για το τελευταίο ελέγξτε το ολοκλήρωμα στο $(0, 1)$ και στο $(1, \infty)$.

3). Χωρίς να προσπαθήσετε να τα υπολογίσετε, ελέγξτε αν τα παρακάτω γενικευμένα ολοκληρώματα συγκλίνουν.

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx, \quad \int_1^{\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 \sqrt{x} + 10} dx, \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} dx, \quad \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

Παράδοση: Τρίτη 12 Δεκεμβρίου ή Πέμπτη 14 Δεκεμβρίου την ώρα των Εργαστηρίων.