ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τρίτη 12 Δεκεμβρίου 2023

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός Ι

Φυλλάδιο 11

1) Με χρήση του ολοκληρωτικού κριτηρίου μελετήστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p n}, \qquad (p>0).$$

2). Με οποιονδήποτε τρόπο θέλετε μελετήστε ως προς τη σύγκλιση τις σειρές

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\sqrt{n}}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\sqrt[n]{n}+1)^n}.$$

3) Μελετήστε ως προς τη σύγκλιση, την απόλυτη σύγκλιση ή τη σύγκλιση υπο συνθήκη τις παρακάτω σειρές,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{\frac{3}{2}}}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln^2 n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right).$$

4). Έστω η ακολουθία (x_n) με $x_n \geq 0$.
(α) Δείξτε οτι αν η $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ συγκλίνει τότε και η $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$ συγκλίνει.
(β) Ισχύει το αντίστροφο;
(γ) Αν η (x_n) επιτρέπεται να αλλάζει πρόσημο, ισχύει το συμπέρασμα του (α);

Παράδοση: Τρίτη 19 Δεκεμβρίου ή Πέμπτη 21 Δεκεμβρίου την ώρα των Εργαστηρίων.

Αυτό είναι το τελευταίο προς παράδοση Φυλλάδιο!