



Τρίτη 24 Οκτωβρίου 2023

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός Ι

Φυλλάδιο 4

1). Βρείτε τα όρια εφόσον υπάρχουν

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \left[ \frac{1}{x} \right].$$

2). Βρείτε τα όρια εφόσον υπάρχουν

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + e^{2x} + 1}{e^x - 2e^{2x} + 5}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^3} - x^2 \right)^2 + \frac{1}{x^3} - x^2.$$

3). Βρείτε, αν υπάρχουν, τις ασύμπτωτες της συνάρτησης  $y = \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 1}$ . Στη συνέχεια σχεδιάστε το γράφημά της.

**Υποδ.** Παρατηρήστε ότι το  $x = 1$  είναι ρίζα του αριθμητή.

4). Έστω συνάρτηση  $f : (3, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$  τ.ω.  $f(x) \neq -1$  για  $x > 3$ . Δείξτε ότι  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$  εαν και μόνον εαν  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{1+f(x)} = 1$ .

5). Αν ισχύει  $(x - 1)f(x) \geq 1$  για κάθε  $x \in (0, 1) \cup (1, 2)$  βρείτε τα πλευρικά όρια της  $f$  στο 1.

Παράδοση: Τρίτη 31 Οκτωβρίου ή Πέμπτη 2 Νοεμβρίου την ώρα των Εργαστηρίων.