



Τρίτη 31 Οκτωβρίου 2023

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός Ι

Φυλλάδιο 5

1). Δείξτε τα παρακάτω όρια

$$(i) \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow \frac{1}{e}, \quad (ii) \left(1 + \frac{t}{x}\right)^x \rightarrow e^t$$

όπου  $t \in \mathbf{R}$ .

**Υποδ.** Για το (i) εργαστείτε όπως στο αντίστοιχο όριο στις ακολουθίες. Για το (ii) χρησιμοποιήστε κατάλληλη αλλαγή μεταβλητών.

2). Βρείτε τα όρια αν υπάρχουν ή δείξτε ότι δεν υπάρχουν

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x \sin \frac{1}{x}, \quad a_n = n \tan \frac{\pi}{2n}.$$

3). Μελετήστε ως προς τη συνέχεια τη συνάρτηση

$$f(x) = \left| x - [x] - \frac{1}{2} \right| \quad x \in \mathbf{R}.$$

Στη συνέχεια σχεδιάστε το γράφημά της.

**Υποδ.** Διακρίνετε τις περιπτώσεις  $k < x < k + 1$  και  $x = k$  όπου  $k$  τυχαίος ακέραιος.

4). Χαρακτηρίστε το είδος ασυνέχειας των παρακάτω συναρτήσεων

$$y_1(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases} \quad y_2(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases} \quad y_3(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

$$y_4(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases} \quad y_5(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

Παράδοση: Τρίτη 7 Νοεμβρίου ή Πέμπτη 9 Νοεμβρίου την ώρα των Εργαστηρίων.