



Τρίτη 21 Νοεμβρίου 2023

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός I

Φυλλάδιο 8

1) Υπολογίστε τα παρακάτω όρια, εφόσον υπάρχουν

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{x}{4}}}{x^{100}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^5}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x^{10}), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right).$$

2) Βρείτε τα $a, b \in \mathbf{R}$ ώστε να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x^4} + \frac{a}{x^2} + b \right) = 0.$$

3) Με χρήση κατάλληλων συναρτήσεων βρείτε τα όρια

$$a_n = n^{\frac{\ln n}{n}}, \quad b_n = \frac{\ln \ln n}{\ln(n + n^2)}, \quad c_n = n^{100} e^{-\frac{n}{100}}.$$

4). Διαβάστε τον ορισμό του ‘μικρού ο’. Στη συνέχεια για x κοντά στο μηδέν, δείξτε ότι

$$(i) \frac{1}{1-x} - 1 = o(1), \quad (ii) \arctan x - x = o(x), \quad (iii) \ln(1+x) - x = o(x^{\frac{3}{2}}).$$

Παράδοση: Τρίτη 28 Νοεμβρίου ή Πέμπτη 30 Νοεμβρίου την ώρα των Εργαστηρίων.