



Τετάρτη 8 Νοεμβρίου 2023

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός I

Πρόοδος

1) Βρείτε τα όρια των παρακάτω ακολουθιών εφόσον υπάρχουν, ή δείξτε ότι δεν υπάρχουν

$$a_n = \left(\frac{2}{3} + \frac{(-1)^n}{2} \right)^n, \quad b_n = \sqrt[n]{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}.$$

2) Βρείτε, αν υπάρχουν, τις ασύμπτωτες της συνάρτησης

$$y = \frac{x^2 - x + 4}{2x + 2}.$$

Στη συνέχεια σχεδιάστε το γράφημά της.

3) Βρείτε τα όρια εφόσον υπάρχουν, ή δείξτε ότι δεν υπάρχουν

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} \sin \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[\frac{1}{x} \right].$$

4) Δίδεται η ακολουθία

$$a_1 = \frac{3}{2}, \quad a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2}, \quad n \geq 2.$$

Δείξτε ότι $1 \leq a_n \leq 2$ για κάθε $n \geq 1$. Δείξτε ότι η a_n είναι μονότονη. Δείξτε ότι συγκλίνει και βρείτε το όριο.

Οι απαντήσεις πρέπει να είναι πλήρως δικαιολογημένες.

Διάρκεια εξέτασης 1,5 ώρα.