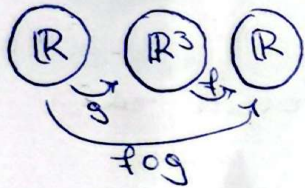


$\textcircled{20} \mid 5 . n . n . n . n . n . n . n . n . n . n . n . n . n . n . n .$

Άσκηση 1 Βρείτε με τον κανόνα αλυσίδας των $\frac{d}{dt} f(g(t))$ όπου $f(x, y, z) = xe^z \cos y$ και $g(t) = (e^t, t, t^2)$



$$\frac{d}{dt} \log(t) = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \log(x) = \overbrace{e^z \cos y}^{\text{part 1}} \cdot \overbrace{e^t}^{\text{part 2}} - \overbrace{x e^z \sin y}^{\text{part 3}} \cdot \overbrace{1}^{\text{part 4}} + \overbrace{x e^z \cos y}^{\text{part 5}} \cdot \overbrace{2t}^{\text{part 6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \log(t) = e^{t^2+t} \cdot \cos t - e^{t^2+t} \sin t + 2t e^{t^2+t} \cos t$$

Άσκηση 2 Βρείτε το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα (2) και την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου της επιφάνειας $x^2 + y^2 + z^2 = 18$ στο σημείο $P_0 = (3, 5, -4)$

Θέτω $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$, άρα γάχνω εφαπτόμενο επιπεδο
και καθετο διανυσμα στην επιφάνεια σταθμης της f (για $c=18$).
Ξέρω οτι καθετο στην επιφάνεια στο $\bar{x}$ είναι το gradient
(f παρασωζιδισμ).

$$\rightarrow \pm \nabla f(3, 5, -4) = \pm \left(\frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad \frac{\partial f}{\partial z} \right) = \pm (6, 10, 8)$$

μοναδιαίο $\frac{(6,10,8)}{\sqrt{6^2+10^2+8^2}} = \frac{(6,10,8)}{\sqrt{200}} \xrightarrow[\text{αρχ}]{(3,5,-4)} \pm \frac{2(3,5,4)}{10\sqrt{2}} = \frac{\pm\sqrt{2}}{10}(3,5,4)$

Το εφ'απτόμενο επίπεδο δίνεται από την Εξίσωση:

$$\nabla f(3, 5, -4) \cdot (x-3, y-5, z+4) = 0 \Leftrightarrow \text{tangent plane} \Leftrightarrow 3x + 5y + 4z = 18$$