

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Παρασκευή 30 Οκτωβρίου 2026

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός ΙΙΙ

Φυλλάδιο 6

1) Να υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_{\vec{\sigma}} \vec{F} \cdot d\vec{s}$, του διανυσματικού πεδίου

$$\vec{F}(x,y,z) = (x^2,\ -xy,\ z),$$

πάνω στην καμπύλη

$$\vec{\sigma}(t) = (t, t-1, t^2), \quad t \in [-1,1].$$

2). Υπολογίστε το

$$\int_{\vec{\sigma}} ydx + (3y^3 - x)dy + zdz,$$

για τις καμπύλες $\vec{\sigma}(t) = (t, t^n, 0)$, $0 \leq t \leq 1$, $n = 1, 2, 3...$

3). Υπολογίστε το $\int_{\vec{\sigma}} 2xyzdx + x^2zdy + x^2ydz$ όπου η $\vec{\sigma}$ είναι μια τυχαία καμπύλη που ξεκινά απο το σημείο $(1,1,1)$ και καταλήγει στο $(1,2,4)$.

4). Έστω $\vec{\sigma}(t)$, $t_0 \leq t \leq t_1$ μια καμπύλη με $\vec{\sigma}'(t) \neq 0$, για $t_0 \leq t \leq t_1$ και $\vec{T}$ το μοναδιαίο εφαπτόμενο διάνυσμα στην κατεύθυνση του προσανατολισμού της καμπύλης. Αποδείξτε ότι το ολοκλήρωμα $\int_{\vec{\sigma}} \vec{T} \cdot d\vec{s}$, είναι ίσο με το μήκος της καμπύλης.

5). Έστω η δύναμη

$$\vec{F}(x,y,z) = (z^3 + 2xy)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3xz^2\vec{k}.$$

Δείξτε ότι το παραγόμενο έργο της δύναμης $\vec{F}$ πάνω στη περίμετρο του τετραγώνου με κορυφές $(\pm 1, \pm 1, 5)$ είναι μηδέν.

Παράδοση: Πέμπτη 5 Νοεμβρίου την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)