



Πέμπτη 26 Σεπτεμβρίου 2019

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός Ι – Τμήμα Β

Φυλλάδιο 1

1)⊗ Αποδείξτε την τριγωνική ανισότητα

$$||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|, \quad x, y \in \mathbf{R}.$$

2)⊗ Βρείτε τα  $x$  για τα οποία οι παρακάτω ανισότητες είναι αληθείς

$$(a) \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2} \leq 0, \quad (b) |x+1| < |x+2|, \quad (c) |x+1| \geq x+2.$$

3)⊗ Θεωρήστε τις ακολουθίες

$$(-1)^{n-1}n, \quad \frac{(-1)^{n-1}}{n}, \quad 2^n, \quad \frac{n^{30}}{2^n}, \quad \frac{n}{n^2+1}, \quad \frac{8^n}{n!}.$$

Ποιές απο αυτές είναι μονότονες; γνησίως μονότονες; Κάποιες απο αυτές ενώ δεν είναι μονότονες γίνονται μονότονες απο ένα δείκτη και μετά. Ποιές; Ποιές απο τις ακολουθίες είναι άνω φραγμένες; κάτω φραγμένες; φραγμένες;

4)⊗ Βρείτε τα σύνολα τών όρων των ακολουθιών  $(n - 2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ ,  $(n - 3 \lfloor \frac{n}{3} \rfloor)$  και πιο γενικά, αν  $m$  φυσικός αριθμός το σύνολο της όρων της  $(n - m \lfloor \frac{n}{m} \rfloor)$

5) Χρησιμοποιώντας τον ορισμό του ορίου, δηλαδή παίρνοντας  $\varepsilon > 0$  βρείτε κατάλληλο  $n_0$  συναρτήσει του  $\varepsilon$  για τις παρακάτω συγκλίνουσες ακολουθίες.

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow 0, \quad \frac{2n+3}{3n+5} \rightarrow \frac{2}{3}, \quad \frac{\sin n}{n\sqrt{n}} \rightarrow 0.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)