



Πέμπτη 31 Οκτωβρίου 2019

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός Ι – Τμήμα Β

Φυλλάδιο 6 (Επαναληπτικό)

1)⊗ Μελετήστε ως προς τη σύγκλιση τις ακολουθίες

$$(i) \quad x_n = \left(a + \frac{1}{n}\right)^n, \quad 0 < a < 1,$$

$$(ii) \quad a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n^2}, \quad a_1 = 1,$$

$$(iii) \quad b_n = \sqrt[n]{1 + n + n^2 + \dots + n^{2019}}.$$

2)⊗ Βρείτε τα όρια εφόσον υπάρχουν

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(1 + \sin^2 x), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x(10^{-5} + \sin^2 x), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin^2 x.$$

3)⊗ Βρείτε, αν υπάρχουν τις ασύμπτωτες της συνάρτησης  $y = \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 1}$ .

4)⊗ Βρείτε τα όρια των ακολουθιών

$$n \sin \frac{\pi}{n}, \quad n^2 \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right).$$

5)⊗ Έστω  $f(\sqrt{x}) = 1 + 2(f(x))^2$  για  $x > 1$ . Δείξτε ότι το  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  δεν μπορεί να είναι αριθμός. Μπορεί να είναι το  $+\infty$  ή το  $-\infty$ ;

6) Η  $f$  είναι φραγμένη στο  $[0, 1]$  και ικανοποιεί  $f(ax) = bf(x)$ , για  $0 \leq x \leq \frac{1}{a}$ , με  $a, b > 1$ . Δείξτε ότι  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ .

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)