



Πέμπτη 11 Απριλίου 2019

Γ. Καραλή, Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 10

1)[⊗] Βρείτε την απόλυτη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ στον κλειστό μοναδιαίο δίσκο $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

2)[⊗] Βρείτε την απόλυτη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x, y) = xy$ στο κλειστό ορθογώνιο $R = \{(x, y) : |x| \leq 2, |y| \leq 1\}$.

Οι ασκήσεις 3, 4 να γίνουν με πολλαπλασιαστές Lagrange.

3)[⊗] Βρείτε το σημείο της επιφάνειας με εξίσωση $z^2 - xy = 1$ το οποίο βρίσκεται κοντύτερα στο σημείο $(0, 0, 0)$.

4)[⊗] Ένα ορθογώνιο κουτί χωρίς οροφή (καπάκι) πρέπει να έχει επιφάνεια εμβαδού 16 m^2 . Βρείτε τις διαστάσεις για τις οποίες μεγιστοποιείται ο όγκος του.

5) Πότε n θετικοί αριθμοί με δεδομένο άθροισμα έχουν μέγιστο γινόμενο; Στη συνέχεια αποδείξτε την ανισότητα Αριθμητικού-Γεωμετρικού Μέσου του Cauchy:

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad x_1, x_2, \dots, x_n > 0.$$

Πότε αυτή η ανισότητα γίνεται ισότητα;

6) Αποδείξτε ότι για $n \geq 1, x \geq 0, y \geq 0$ ισχύει η ανισότητα

$$\frac{x^n + y^n}{2} \geq \left(\frac{x + y}{2}\right)^n.$$

Υπόδειξη: Προσδιορίστε το ελάχιστο της $f(x, y) = (x^n + y^n)/2$, με συνθήκη $x + y = s, s \geq 0$.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)