



Πέμπτη 21 Φεβρουαρίου 2019

Γ. Καραλή, Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 3

1)<sup>⊗</sup> Βρείτε τα παρακάτω όρια (αν υπάρχουν)

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (-1,3)} e^x y^2, \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} e^x, \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x}.$$

2)<sup>⊗</sup> Υπολογίστε τα παρακάτω όρια αν υπάρχουν και σε περίπτωση που δεν υπάρχουν δώστε απόδειξη.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 + 3}, \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}, \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}.$$

3)<sup>⊗</sup> Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}.$$

(α) Αποδείξτε ότι κατά μήκος των ευθειών  $y = kx$  ισχύει

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0.$$

(β) Δείξτε ότι δεν υπάρχει το όριο

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y).$$

4)<sup>⊗</sup> Αποδείξτε ότι

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \sin(\frac{1}{x})}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0.$$

5) Αποδείξτε ότι

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(|x| + |y|)}{|x| + |y|} = 1.$$

6) Βρείτε το όριο (αν υπάρχει)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - \sin(x) + y}{x^3 + 6y}.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)