



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 7 Μαρτίου 2019

Γ. Καραλή, Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 5

1)[⊗] Βρείτε την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου στο γράφημα της συνάρτησης $z = x^2 + y^3$ στο σημείο $(3, 1, 10)$. Στη συνέχεια περιγράψτε την τομή του εφαπτόμενου επιπέδου με το επίπεδο xy .

2)[⊗] Θα μπορούσαμε να πούμε ότι τα γραφήματα των συναρτήσεων $f(x, y) = -x^2 - y^2 + xy^3$ και $g(x, y) = x^2 + y^2$ εφάπτονται στο $(0, 0)$;

3)[⊗] Αν $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ είναι μία γραμμική συνάρτηση, ποιά είναι η παράγωγος της f ;

4)[⊗] Ελέγξτε ως προς την παραγωγισιμότητα

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

5)[⊗] Έστω $f(u, v) = (\tan(u - 1) - e^v, u^2 - v^2)$ και $g(x, y) = (e^{x-y}, x - y)$. Υπολογίστε την $f \circ g$ και την $\mathbf{D}(f \circ g)(1, 1)$.

6)[⊗] Έστω $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ και $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ παραγωγίσιμες. Αποδείξτε ότι

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$$

7) Βρείτε την $\frac{d}{dt}[f(\mathbf{c}(t))]$ στις παρακάτω περιπτώσεις:

$$(a) f(x, y) = xy, \mathbf{c}(t) = (e^t, \cos t), \quad (b) f(x, y) = e^{xy}, \mathbf{c}(t) = (3t^2, t^3).$$

8) Έστω $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2, (x, y) \rightarrow (e^{x+y}, e^{x-y})$. Έστω $\mathbf{c}(t)$ μια καμπύλη με $\mathbf{c}(0) = (0, 0)$ και $\mathbf{c}'(0) = (1, 1)$. Ποιο είναι το εφαπτόμενο διάνυσμα στην εικόνα της $\mathbf{c}(t)$ μέσω της f για $t = 0$;

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)