

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

Εαρινό Εξάμηνο 2012

Πρόοδος

Όνομα:

Αριθμός Μητρώου:

Οδηγίες: Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τις σωστές απαντήσεις χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 1,2,3,4, ή 0 εάν δεν γνωρίζετε την απάντηση. Σωστές απαντήσεις βαθμολογούνται με 1.5 και λανθασμένες με -0.5. Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε θέμα.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 90 λεπτά. Μπορείτε να φύγετε μετά μία ώρα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα	1	2	3	4	5	6	7
Απάντηση							

S/N: 1

Θέμα 1. Ποιές συναρτήσεις είναι συνεχείς στο 0;

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{1/x}, & x > 0 \\ e, & x \leq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

- (1) Και οι δύο
- (2) Η f μόνο
- (3) Καμία
- (4) Η g μόνο

Θέμα 2. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής και

$$f(0) = -1, \quad f(1) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty.$$

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σίγουρα σωστές;

- (α) Το σύνολο τιμών της f είναι το \mathbb{R} .
- (β) Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον 3 λύσεις.

- (1) Καμία
- (2) Η (β) μόνο
- (3) Η (α) μόνο
- (4) Και οι δύο

Θέμα 3. Πόσα από τα παρακάτω όρια είναι ίσα με $+\infty$;

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(n^2), \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + \sin n}{n+1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{\log n}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^3 + n} - n.$$

- (1) Ένα
- (2) Τρία
- (3) Όλα
- (4) Δύο

Θέμα 4. Πόσα από τα παρακάτω όρια υπάρχουν;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1)^{[x]}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} e^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sin(1/x).$$

- (1) Τέσσερα
- (2) Κανένα

- (3) Δύο
- (4) Τρία

Θέμα 5. Έστω

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 2}.$$

Έαν το σύνολο τιμών της $f(x)$ είναι ένα διάστημα με άκρα a και b , τότε το $a + b$ είναι ίσο με

- (1) $e/2$
- (2) 1
- (3) $+\infty$
- (4) $1/2$

Θέμα 6. Πόσες από τις παρακάτω σειρές συγκλίνουν (σε πραγματικό αριθμό);

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^4 + 1}{n^5 + 1}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + 5^n}{4^n + 5^n}$$

- (1) Καμία
- (2) Τρεις
- (3) Όλες
- (4) Μία

Θέμα 7. Οι σειρές

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a^n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b^n}{n!}$$

συγκλίνουν (σε πραγματικό αριθμό) **αν και μόνο αν**

- (1) $a \in (-\infty, +\infty)$, $b \in [-1, 1]$
- (2) $a \in (-\infty, +\infty)$, $b \in (-\infty, +\infty)$
- (3) $a \in [-1, 1)$, $b \in (-\infty, +\infty)$
- (4) $a \in [-1, 1)$, $b \in [-1, 1]$

