Τμημα Μαθηματικων
και Εφαρμοσμενων
Μαθηματικων,
Πανεπιστημιο Κρητης,
Ηρακλειο Κρητης

MEM-271 Διαφορικες Εξισωσεις
Εαρινο Εξαμηνο 2019
Εργαστηριο Ασκησεων 11

Άσκηση EL 11.1. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned}
&u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = x\,y \quad \forall\,(x,y) \in (0,1)\times(0,1),\\
&u_x(0,y) = u_x(1,y) = 0 \quad \forall\, y \in [0,1],\\
&u(x,0) = u(x,1) = 0 \quad \forall\, x \in [0,1].
\end{aligned}$$

Άσκηση EL 11.2. Βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών τιμών:

$$\begin{aligned}
&u_{tt}(t,x) = 5\,u_{xx}(t,x) + \cos(x) \quad \forall\, t > 0,\, \forall\, x \in \mathbb{R},\\
&u(0,x) = x \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \forall\, x \in \mathbb{R},\\
&u_t(0,x) = \cos(x) \quad \forall\, x \in \mathbb{R},
\end{aligned}$$

Άσκηση EL 11.3. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος συνοριακών τιμών:

$$\begin{aligned}
&u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0 \quad \forall\,(x,y) \in D,\\
&u\left(2\cos(\theta), 2\sin(\theta)\right) = \sin(2\,\theta) \quad \forall\,\theta \in [0, \tfrac{\pi}{2}],\\
&u\left(\cos(\theta), \sin(\theta)\right) = \sin(4\,\theta) \quad \forall\,\theta \in [0, \tfrac{\pi}{2}],\\
&u\left(x,0\right) = 0 \quad \forall\, x \in [1,2],\\
&u\left(0,y\right) = 0 \quad \forall\, y \in [1,2],
\end{aligned}$$

όπου

$$D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < \sqrt{x^2+y^2} < 2,\, x \geq 0,\, y \geq 0\}.$$

Γ. Ζουράρης