Τμημα Μαθηματικων
και Εφαρμοσμενων
Μαθηματικων,
Πανεπιστημιο Κρητης,
Ηρακλειο Κρητης

ΜΕΜ-271 Διαφορικες Εξισωσεις
Εαρινο Εξαμηνο 2019
Εργαστηριο Ασκησεων 9

Άσκηση EL 9.1. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών τιμών και συνοριακών συνθηκών:

$$\begin{aligned} &u_t = \alpha\, u_{xx} + 1 && \forall\, t > 0, \quad \forall\, x \in (0, \pi), \\ &u_x(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0 && \forall\, t > 0, \\ &u(0, x) = 1 && \forall\, x \in [0, \pi], \end{aligned}$$

όπου $\alpha > 0$.

Άσκηση EL 9.2. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του ακόλουθου προβλήματος αρχικών τιμών και συνοριακών συνθηκών:

$$\begin{aligned} &u_t = 3\, u_{xx} + x && \forall\, t > 0, \quad \forall\, x \in (1, 2), \\ &u(t, 1) = u(t, 2) = 0 && \forall\, t > 0, \\ &u(0, x) = (x - 1)\,(x - 2) && \forall\, x \in [1, 2]. \end{aligned}$$

Υπόδειξη. Ορίστε $w(t, y) = u(t, 1 + y)$ για κάθε $t \geq 0$ και $y \in [0, 1]$, βρείτε το πρόβλημα αρχικών τιμών και συνοριακών τιμών που λύνει η w, και βρείτε τη w με τη μέθοδο Fourier.

Γ. Ζουράρης