

Γ11-ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΣΙΜΕΣ
ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ ΤΥ:

1. Σελ. 53–55, Ασκήσεις 5.1–5.4.

2. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ LEE:

1. Σελ. 21, Άσκηση 1-3.
2. Δείτε το παράδειγμα 1.15 (πολλαπλότητες Grassmann).

3. ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1. Έστω Y μία λεία πολλαπλότητα διάστασης n και X σύνολο τέτοιο ώστε υπάρχει μία 1-1 και επί απεικόνιση $F : X \rightarrow Y$. Δείξτε ότι μπορούμε να εισάγουμε διαφορίσιμη δομή στο σύνολο X από αυτήν του Y . Προσέξτε όμως την παθολογία αυτής της κατασκευής: Για παράδειγμα, αφού η σφαίρα S^2 και το \mathbb{R} είναι ισοπληθή σύνολα, υπάρχει μία 1-1 και επί απεικόνιση F από το \mathbb{R} στην S^1 . Μεταφέροντας την διαφορίσιμη δομή του \mathbb{R} στην S^2 μέσω της F προκύπτει ότι η S^2 είναι 1-διάστατη λεία πολλαπλότητα! Η άσκηση αυτή τονίζει ότι μία πολλαπλότητα δεν είναι απλώς ένα σύνολο πού του επισυνάπτουμε μία λεία δομή, αλλά το σύνολο **μαζί** με τη δομή.