

**Γ11-ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΣΙΜΕΣ
ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2**

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ ΤΥ:

1. Σελ. 62, Ασκήσεις 6.1–6.8. Δώστε ιδιαίτερη σημασία στην 6.3.
2. Σελ. 72, 73. Ασκήσεις 7.1–7.3.

2. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ LEE:

1. Δείτε την παράγραφο για τις λείες απεικονίσεις κάλυψης (Σελ. 28–30). Αν έχετε τοπολογικά κενά, καλό είναι να τα συμπληρώσετε.

3. ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1. (Υπερ επιφάνειες). Έστω $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ μία λεία συνάρτηση και $S = f^{-1}(0)$. Δείξτε ότι εάν σε κάθε σημείο $p \in S$ ο Ιακωβιανός πίνακας της S είναι τάξης 1, τότε στην S προσδιορίζεται μία C^∞ δομή διάστασης $n - 1$.

(Υπόδειξη. Θα σας χρειαστεί το Θεώρημα των πεπλεγμένων συναρτήσεων. Από αυτό κατασκευάζονται οι χάρτες της S .)

2. Με M και M' συμβολίζουμε το ίδιο σύνολο αλλά με διαφορετικές λείες δομές \mathcal{A} και \mathcal{A}' . Δείξτε ότι εάν η ταυτοτική απεικόνιση $\text{id} : M \rightarrow M'$ είναι αμφιδιαφόριση, τότε $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$ και κατά συνέπεια $M = M'$. Τούτη η πρόταση είναι και το κριτήριο για να ελέγχουμε την ισοδυναμία των διάφορων λείων δομών που προκύπτουν από μεγιστικούς άτλαντες. Συμπεράνατε ότι εάν ένας χώρος πηλίκου επιδέχεται μίας λείας δομής πηλίκου, τότε αυτή είναι μοναδική.