

Γ11-ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΣΙΜΕΣ
ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΕΣ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 8

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ ΤΥ:

1. Δείτε τις ασκήσεις του 22ου κεφαλαίου (οι δύο είναι λυμένες).

2. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ LEE:

1. Από τις ασκήσεις της σελ. 265 δείτε τις 10–7, και 10–8 που είναι υπολογιστικές. Δείτε πρώτα το αντίστοιχο παράδειγμα 10.22.

3. ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1. Εάν M είναι λεία, συμπαγής προσανατολισμένη πολλαπλότητα με σύνορο, τότε δεν υπάρχει λεία απεικόνιση $F : M \rightarrow \partial M$ με $F \circ \iota = \text{id}_{\partial M}$, όπου $\iota : \partial M \rightarrow M$ η απεικόνιση εγγλεισμού.

2. (Λήμμα Poincaré για το \mathbb{R}^3). Έστω $\omega \in \Omega^1(\mathbb{R}^3)$ με

$$\omega = a(x, y, z)dx + b(x, y, z)dy + c(x, y, z)$$

και υποθέτουμε ότι $d\omega = 0$. Δείξτε ότι είναι ακριβής.

(Υπόδειξη: Θεωρείστε την

$$f(x, y, z) = \int_0^1 \{xa(tx, ty, tz) + yb(tx, ty, tz) + zc(tx, ty, tz)\}dt$$

και δείξτε ότι $\omega = df$. Μπορείτε να γενικεύσετε την απόδειξη για $\omega \in \Omega^1(U)$ όπου $U \subset \mathbb{R}^3$;))