

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 13/01/2017

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

1. **(3)** Κατασκευάζουμε ανοικτό ορθογώνιο κουτί από χαρτόνι διαστάσεων 10×16 cm αποκόπτοντας τέσσερα ίσα τετράγωνα από τις κορυφές και διπλώνοντας τις προεξέχουσες πλευρές (κάνετε σχήμα). Ποιές οι διαστάσεις του κουτιού που του προσδίδουν τον μέγιστο όγκο; Ποιός είναι ο όγκος αυτός;

2. **(2)** Υπολογίσατε τα ολοκληρώματα:

$$\int \frac{x-1}{x(x+1)} dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin^3 \cos x dx.$$

3. **(2)** Άν ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα 28 m/sec, πόση σταθερή επιβράδυνση απαιτείται για να ακινητοποιηθεί στα 80 m; Για να απαντήσετε, επιλύστε πρώτα το πρόβλημα αρχικών τιμών:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -k \text{ m/sec}^2, \quad v(0) = 28 \text{ m/sec}, \quad s(0) = 0 \text{ m}.$$

Εδώ $s(t)$ είναι η απόσταση που διανύει ένα αυτοκίνητο, $v(t)$ η ταχύτητά του και k είναι μία θετική σταθερά.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = -x^4$.

α) **(1)** Νά βρεθεί το εμβαδόν που περικλείουν οι γραφικές παραστάσεις των f και g στο διάστημα $[0, 1]$.

β) **(2)** Νά βρεθεί ο όγκος του δακτυλιοειδούς που σχηματίζεται από την περιστροφή των f και g γύρω από τον άξονα των x . (Κάνετε σχήμα).

Διάρκεια 90 λεπτά.