

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (ΠΡΟΤΥΠΟ)

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. Κατασκευάζουμε κυλινδρικό σιλό χωρίς τη βάση του πάνω στο οποίο θα επικάθεται ένα ημισφαίριο. Τό κόστος κατασκευής ανά μονάδα επιφάνειας του ημισφαιρίου είναι διπλάσιο απ' ότι του κυλινδρικού σχήματος. Έστω ότι ο συνολικός όγκος πρέπει να είναι V_0 . Ποιες είναι οι βέλτιστες διαστάσεις που ελαχιστοποιούν το κόστος κατασκευής; Υποθέσατε ότι η κατασκευή έχει μηδενικό πάχος τοιχωμάτων.

2. Υπολογίσατε τα ολοκληρώματα:

$$\int \frac{x dx}{(x+1)(x-3)}, \quad \int \sqrt{\frac{x}{x-1}} dx, \quad \int \cos^2 x \sin x dx.$$

3. Η επιτάχυνση ενός σώματος δίνεται από τη σχέση

$$a(t) = -1,6 \text{ m/sec}^2.$$

Εάν είναι γνωστό ότι η ταχύτητα $v_0 = v(0) = 0 \text{ m/sec}$ και $s_0 = s(0) = 1,2 \text{ m}$, τότε να βρεθεί η $s(t)$.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = x^3$.

- (1) Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείουν οι γραφικές παραστάσεις των f και g .
- (2) Να βρεθεί ο όγκος του στερεού από περιστροφή του εμβαδού αυτού γύρω από τον άξονα των x .

Διάρκεια 90 λεπτά. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.