

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 3**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

1. ΠΑΡΑΔΩΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ 5, 6 ΙΙ, 7 Ι) (17/10/19)

1. Ένα σωματίδιο κινούμενο στο χρόνο  $t$  διανύει απόσταση

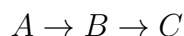
$$s(t) = t^3 - 2t + 1.$$

Σε ποια χρονική στιγμή έχει μηδενική επιτάχυνση;

2. Βρείτε (αν υπάρχουν) τα ακρότατα σημεία και τα σημεία καμπής των

$$y = x^3 - 5x^2 + 3x, \quad y = \frac{x}{1+x^2}.$$

3. Η συγκέντρωση  $b$  του  $B$  στις διαδοχικές αντιδράσεις



δίνεται από την

$$b = b(t) = a_0 \left( \frac{k_1}{k_2 - k_1} \right) \cdot (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}).$$

Βρείτε τη χρονική στιγμή  $t_0$  στην οποία η συγκέντρωση μεγιστοποιείται.

4. Η πιθανότητα  $P$  να βρεθεί ηλεκτρόνιο στην πρώτη στοιβάδα του ατόμου του υδρογόνου σε απόσταση  $r$  από τον πυρήνα, δίνεται από την

$$P = P(r) = 4\pi r^2 \left( \frac{e^{-2r/a_0}}{\pi a_0^2} \right),$$

όπου  $a_0$  είναι σταθερά. Σε ποια απόσταση μεγιστοποιείται η  $P$ ;

5. Η πιθανότητα  $P$  ενός μορίου μάζας  $m$  σε ένα αέριο σε θερμοκρασία  $T$  να έχει ταχύτητα  $c$  δίνεται από την

$$P = P(T) = c^2 \cdot \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-mc^2/2kT},$$

όπου  $k$  είναι η σταθερά Boltzmann. Δείξτε ότι η μέγιστη πιθανότητα είναι για  $c = \sqrt{2kT/m}$ .

6. Σχεδιάστε τις καμπύλες

$$(i) \ y = \frac{x-3}{(x-2)^2}, \quad (ii) \ y = \frac{x^2-4}{x(x-1)}, \quad (iii) \ y = \frac{x^2(1-x)}{(x+1)}.$$

7. Βρείτε τις  $dy/dx$  και  $dx/dy$  στις παρακάτω:

$$(1) \ 3x^2 + 7xy + 9y^2 = 6,$$

$$(2) \ (x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2) = 0,$$

$$(3) \quad x^3 + y^3 = 3xy.$$

8. Με λογαριθμική παραγωγή υπολογίστε τις παραγώγους των παρακάτω:

$$(i) \quad y = \sqrt{\frac{x(x+1)(x-2)}{(x^2+1)(2x+3)}},$$

$$(ii) \quad y = (\sin(x))^{\tan(x)},$$

$$(iii) \quad y = \frac{x(x^2+1)^{1/2}}{(x+1)^{2/3}}.$$