

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 6**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

1. ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ 07/11

(Παραδώστε μόνο τις **3.**, **4.**).

1. Να υπολογιστεί το

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

όταν

- α)  $f(x, y) = x - 2y$  και  $D$  είναι το χωρίο που περικλείεται από τους άξονες και τις ευθείες  $x = 1$ ,  $y = -1$ .
- β)  $f(x, y) = x^2 y$  και  $D$  είναι το χωρίο που περικλείεται από τον  $x$ -άξονα και τις ευθείες  $x = 1$ ,  $x = 2$ ,  $y = -1$ .
- γ)  $f(x, y) = 2xy$  και  $D$  είναι το χωρίο που περικλείεται από τον  $y$ -άξονα, την  $x = 1$  και τις  $y = x$ ,  $y = x^2 + 1$ .
- δ)  $f(x, y) = xy$  και  $D$  είναι το χωρίο που περικλείεται από τις  $x = 1 + x^2$ ,  $y = 9 - x^2$ .

(Υπόδειξη: Οπωσδήποτε σχεδιάστε το  $D$  σε όλες τις περιπτώσεις!)

2. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου  $D$  όταν

- α)  $D$  είναι το χωρίο που περικλείεται από τις  $x = y^2$ ,  $y^2 = 8 - x$ , και
- β)  $D$  είναι το χωρίο που περικλείεται από τις  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 9 - x^2$ .

(Υπόδειξη: Δείτε την πρώτη υπόδειξη!)

3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα της

$$f(x, y) = \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)$$

στο τρίγωνο με κορυφές  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ .

(Υπόδειξη: Αφού σχεδιάσετε, παρατηρήστε ότι μόνο ένας τρόπος γραφής του  $D$  μας οδηγεί στη λύση).

4. Να βρεθεί η συνολική κάθετη δύναμη

$$F_D = \iint_{[0, R] \times [0, 2\pi]} p(r) r dr d\theta$$

που δέχεται ένας επίπεδος δίσκος  $D$  ακτίνας  $R$ , αν η πίεση  $p(r)$  δίνεται από την

$$p(r) = P_0(R - r).$$

Εδώ,  $P_0$  είναι σταθερά.