

1. Για κάθε ζεύγος ακεραίων a και b , βρείτε ακέραιους q και r τέτοιους ώστε $a = bq + r$ και $0 \leq r < |b|$:

(α) $a = 395$ και $b = 14$

(β) $a = 608$ και $b = -17$

(γ) $a = -278$ και $b = 12$

(δ) $a = -427$ και $b = -8$

2. Αποδείξτε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Το γινόμενο τριών διαδοχικών ακεραίων διαιρείται με το 6.

(β) Το γινόμενο τεσσάρων διαδοχικών ακεραίων διαιρείται με το 24.

3. Δείξτε ότι το $\sqrt[3]{2}$ δεν είναι ρητός.

4. Δείξτε ότι το \sqrt{p} δεν είναι ρητός, όπου p είναι πρώτος αριθμός.

5. Βρείτε όλους τους πρώτους μεταξύ του 100 και του 150.

6. Για κάθε ζεύγος ακεραίων a και b , βρείτε το $d = \mu\kappa\delta(a, b)$ και εκφράστε το d ως γραμμικό συνδυασμό των a και b :

(α) $a = 48$, $b = 356$

(β) $a = 165$, $b = 1287$

(γ) $a = 2310$, $b = 168$

(δ) $a = 195$, $b = 968$

7. Αποδείξτε:

(α) Αν $a \mid b$, τότε $a \mid -b$, $-a \mid b$, και $-a \mid -b$.

(β) Αν $ac \mid bc$, τότε $a \mid b$.

8. Αποδείξτε:

(α) Αν $am + bn = 1$, τότε $\mu\chi\delta(a, b) = 1$

(β) Αν $a = bq + r$, τότε $\mu\chi\delta(a, b) = \mu\chi\delta(b, r)$.

9. Αποδείξτε ότι:

(α) ο $\mu\chi\delta(a, a + k)$ διαιρεί το k .

(β) ο $\mu\chi\delta(a, a + 2)$ ισούται με 1 ή 2.

10. Αποδείξτε ότι αν ο $n > 1$ είναι σύνθετος, τότε έχει ένα θετικό διαιρέτη d τέτοιο ώστε $d \leq \sqrt{n}$.

11. Εκφράστε ως γινόμενο πρώτων αριθμών:

(α) 2940, (β) 1485, (γ) 8712, (δ) 319 410.

12. Έστω $a = 5880$ και $b = 8316$.

(α) Εκφράστε τα a και b ως γινόμενο πρώτων.

(β) Βρείτε τα $\mu\chi\delta(a, b)$ και $\epsilon\chi\pi(a, b)$.

(γ) Επαληθεύστε ότι $\epsilon\chi\pi(a, b) = (|ab|) / \mu\chi\delta(a, b)$.

13. Αποδείξτε ότι αν $a_1 | n$ και $a_2 | n, \dots, a_k | n$, τότε $m | n$, όπου $m = \epsilon\chi\pi(a_1, \dots, a_k)$.

14. Έστω n θετικός ακέραιος. Αποδείξτε:

(α) ότι το 3 διαιρεί το n αν και μόνο αν το 3 διαιρεί το άθροισμα των ψηφίων του n .

(β) ότι το 9 διαιρεί το n αν και μόνο αν το 9 διαιρεί το άθροισμα των ψηφίων του n .

(γ) ότι το 8 διαιρεί το n αν και μόνο αν το 8 διαιρεί τον ακέραιο που αποτελείται από τα τρία τελευταία ψηφία του n .