

Μ101 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ – ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ  
3

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. Έστω  $S = \{a, b, c\}$ ,  $T = \{b, c, d\}$ ,  $W = \{a, d\}$ . Βρείτε το  $S \times T \times W$  κατασκευάζοντας το δενδροδιάγραμμα του  $S \times T \times W$ .
2. Έστω  $C = \{H, T\}$ , το σύνολο των πιθανών αποτελεσμάτων μιας ρίψης ενός κέρματος. Βρείτε: (α)  $C^2 = C \times C$ , (β)  $C^3$ .
3. Βρείτε τα  $x$  και  $y$  αν: (α)  $(x + 2, 4) = (5, 2x + y)$ , (β)  $(y - 2, 2x + 1) = (x - 1, y + 2)$ .
4. Υποθέτουμε ότι  $n(A) = 3$  και  $n(B) = 5$ . Βρείτε το πλήθος των στοιχείων των συνόλων:  
(α)  $A \times B$ ,  $B \times A$ ,  $A^2$ ,  $B^2$ , (β)  $A \times B \times A$ ,  $A^3$ ,  $B^3$ .
5. Σχεδιάστε κάθε ένα από τα παρακάτω γινόμενα συνόλων στο επίπεδο  $\mathbb{R}^2$  γραμμοσκιάζοντας το κατάλληλο χωρίο:  
(α)  $[-3, 3] \times [-1, 2]$ , (β)  $[-3, 1) \times (-2, 2]$ , (γ)  $(-2, 3] \times [-3, \infty)$ .
6. Αποδείξτε ότι:  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ .
7. Έστω  $A = B \cap C$ . Δείξτε ότι: (α)  $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ , (β)  $A \times A = (B \times C) \cap (C \times B)$ .
8. Θεωρούμε τη σχέση  $R = \{(1, a), (1, b), (3, b), (3, d), (4, b)\}$  από το  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  στο  $Y = \{a, b, c, d\}$ .  
(α) Βρείτε τα σύνολα  $E = \{x : x R b\}$  και  $F = \{x : x R d\}$ .  
(β) Βρείτε τα σύνολα  $G = \{y : 1 R y\}$  και  $H = \{y : 2 R y\}$ .  
(γ) Βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της σχέσης  $R$ .  
(δ) Βρείτε το  $R^{-1}$ .

9. Έστω  $R$  και  $S$  σχέσεις από το  $A = \{1, 2, 3\}$  στο  $B = \{a, b\}$  ορισμένες ως

$$R = \{(1, a), (3, a), (2, b), (3, b)\} \text{ και } S = \{(1, b), (2, b)\}$$

Βρείτε: (α)  $R \cap S$ , (β)  $R \cup S$ , (γ)  $R^c$ , (δ)  $R \circ S$ .

10. Βρείτε το πλήθος των σχέσεων από το  $A = \{a, b, c, d\}$  στο  $B = \{x, y\}$ .

11. Έστω  $R$  η σχέση στο  $P$  (το σύνολο των θετικών ακεραίων) ορισμένη από την εξίσωση  $x + 3y = 12$ .

(α) Γράψτε την σχέση  $R$  σαν σύνολο διατεταγμένων ζευγών.

(β) Βρείτε: (i) το πεδίο ορισμού της  $R$ , (ii) το πεδίο τιμών της  $R$ , (iii) τη σχέση  $R^{-1}$ .

(γ) Βρείτε τη σχέση  $R \circ R$ .

12. Θεωρείστε τη σχέση  $R = \{(1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$  στο  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .

(α) Βρείτε τον πίνακα αναπαράστασης  $M_R$  της  $R$ .

(β) Βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της  $R$ .

(γ) Βρείτε την  $R^{-1}$ .

(δ) Σχεδιάστε το κατευθυνόμενο γράφημα της  $R$ .

(ε) Βρείτε τη σχέση  $R \circ R$ .

13. Έστω  $S$  η ακόλουθη σχέση στο  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  :

$$S = \{(1, 2), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (5, 2)\}$$

(α) Βρείτε τα παρακάτω υποσύνολα του  $A$  :

$$E = \{x : x S 2\}, \quad F = \{x : x S 3\}, \quad G = \{x : 2 S x\}, \quad H = \{x : 3 S x\}$$

(β) Βρείτε τον πίνακα αναπαράστασης  $M_S$  της  $S$ .

(γ) Σχεδιάστε το κατευθυνόμενο γράφημα της  $S$ .

(δ) Βρείτε τη σχέση  $R \circ R$

14. Έστω  $R$  η σχέση στο  $X = \{a, b, c, d, e\}$  ορισμένη ως

$$R = \{(a, b), (b, b), (b, c), (c, f), (d, b), (e, a), (e, b), (e, f)\}$$

(α) Βρείτε κάθε ένα από τα παρακάτω υποσύνολα του  $X$  :

$$E = \{x : b R x\} \quad F = \{x : x R b\} \quad G = \{x : x R e\} \quad H = \{x : e R x\}$$

(β) Βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της  $R$ .

(γ) Βρείτε τη σχέση  $R \circ R$ .