

**Μ104 ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙΙ  
ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1–ΚΑΜΠΥΛΕΣ**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΩΝ MARSDEN–TROMBA

1. Ασκήσεις της Παραγράφου 3.1. Είναι καλές για εξάσκηση στις πράξεις.
2. Ασκήσεις της Παραγράφου 3.2. Οι ασκήσεις 6–11 είναι διαφορογεωμετρικές. Σε πρώτη φάση μπορείτε να τις παραλείψετε.

2. ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1. Σχεδιάστε τις καμπύλες που δίνονται από τις παραμετρίσεις:

(1)  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto (\sin t, 5 \cos t)$  και

(2)  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto (2t - 1, t, t - 2)$ .

Γράψτε επιπλέον και τις καρτεσιανές τους εξισώσεις.

2. Βρείτε την εφαπτόμενη ευθεία στο τυχαίο σημείο  $\gamma(t_0)$  των καμπυλών με παραμετρίσεις:

(1)  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto (e^t, \cos t)$  και

(2)  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto (t^3, t^2, t)$ .

Ποιες είναι οι αντίστοιχες κάθετες ευθείες;

3. Ένα υλικό σημείο ακολουθεί την παραμετρισμένη καμπύλη  $\gamma(t) = (\sin e^t, t, 4 - t^3)$  από τον χρόνο  $t = 0$  έως τον χρόνο  $t = 1$ , και τότε εκτοξεύεται κατά μήκος της εφαπτομένης με σταθερή ταχύτητα. Ποια είναι η θέση του στον χρόνο  $t = 3$ ;

4. Για τον δρόμο  $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ ,  $t \in [0, 1]$ :

(1) Προσδιορίστε την ταχύτητα  $\dot{\gamma}(\pi/6)$ .

(2) Βρείτε αν υπάρχει την εφαπτόμενη ευθεία στο  $\gamma(\pi/6)$ .

(3) Βρείτε την ταχύτητα  $\|\dot{\gamma}(\pi/6)\|$ .

(4) Βρείτε το μήκος τόξου της  $\gamma$ .

5. Βρείτε το μήκος τόξου των καμπυλών με παραμετρίσεις:

(1)  $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto (t, t \cos t, t \sin t)$  και

(2)  $\gamma : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto \begin{cases} (2 \cos t, t, 2 \sin t) & t \in [0, 2\pi] \\ (2, t, t - 2\pi) & t \in [2\pi, 4\pi] \end{cases}$