Κεφάλαιο 13

Παράρτημα: Ασκήσεις

Βιβλίο α΄

1–15

1. Σε δοθείσα ευθεία γράψτε ένα ισοσκελές τρίγωνο που έχει την κάθε πλευρά του ίση με δοθείσα ευθεία.

2. Εάν δύο ευθείες διχοτομούνται σε ορθές γωνίες, κάθε σημείο οποιασδήποτε από αυτές ισαπέχει από τα άκρα της άλλης.

3. Εάν οι γωνίες ΑΒΓ και ΑΓΒ στην βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου διχοτομούνται από τις ευθείες ΒΔ, ΓΔ, δείξτε ότι το τρίγωνο ΔΒΓ είναι ισοσκελές.

4. Στο σχήμα της α΄ 5 εάν οι ΖΓ και ΒΗ συναντώνται στο Θ, δείξτε ότι οι ΖΘ και ΗΘ είναι ίσες.

5. Τα ΑΓΒ, ΑΔΒ είναι δύο τρίγωνα στο ίδιο μέρος της ΑΒ, τέτοια ώστε η ΑΓ είναι ίση με την ΒΔ και η ΑΔ είναι ίση με την ΒΓ, και οι ΑΔ και ΒΓ τέμνονται στο Ο. Δείξτε ότι το τρίγωνο ΑΟΒ είναι ισοσκελές.

6. Εάν δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι στην ίδια βάση, τότε η ευθεία που ενώνει τις κορυφές τους ή η προεκτεινόμενη αυτή ευθεία, θα διχοτομεί τη βάση σε ορθές γωνίες.

7. Βρείτε ένα σημείο σε δοθείσα ευθεία τέτοιο ώστε οι αποστάσεις του από δύο δοθέντα σημεία να είναι ίσες.

8. Διχοτομείται δοθείσα γωνία ΒΑΓ· εάν προεκταθεί στο Η η ΓΑ και διχοτομηθεί η γωνία ΒΑΗ, τότε οι δύο διχοτόμοι είναι σε ορθές γωνίες.

16–26

9. Η γωνία Α τριγώνου ΑΒΓ διχοτομείται από ευθεία που τέμνει τη ΒΓ στο Δ. Δείξτε ότι η ΒΑ είναι μεγαλύτερη από τη ΒΔ και η ΓΑ είναι μεγαλύτερη από τη ΓΔ.
10. Η κάθετος είναι η μικρότερη ευθεία που μπορεί να αχθεί από δοθέν σημείο σε δοθείσα ευθεία.
11.Το άθροισμα των αποστάσεων τυχόντος σημείου από τις τρεις γωνίες τριγώνου είναι μεγαλύτερο από το ημιάθροισμα των πλευρών του τριγώνου.
12. Οι τέσσερις πλευρές κάθε τετραπλεύρου έχουν άθροισμα μεγαλύτερο από το άθροισμα των δύο διαγωνίων.
13. Κατασκευάστε τρίγωνο με δοθέντα: τη βάση, μία από τις γωνίες στη βάση, και το άθροισμα των πλευρών.
14. Σε δοθείσα ευθεία βρείτε ένα σημείο τέτοιο ώστε οι κάθετες που άγονται απ᾿ αυτό προς δύο δοθείσες ευθείες είναι ίσες.
15. Οι ΑΒ, ΑΓ είναι δύο ευθείες που τέμνονται στο Α. Από τυχόν σημείο Ρ να αχθεί ευθεία που τις τέμνει στα Ε και Ζ αντίστοιχα, τέτοια ώστε η ΑΕ να είναι ίση με την ΑΖ.

27–31

16. Κάθε ευθεία παράλληλη με τη βάση ισοσκελούς τριγώνου σχηματίζει ίσες γωνίες με τις πλευρές του.
17. Εάν από σημείο που ισαπέχει από δύο παράλληλες ευθείες, αχθούν δύο ευθείες που τέμνουν τις παράλληλες, τότε θα αποκόπτουν ίσα τμήματα από αυτές τις παράλληλες.
18. Εάν η εξωτερική διχοτόμος τριγώνου είναι παράλληλη με τη βάση του, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
19. Η πλευρά ΒΓ ενός τριγώνου ΑΒΓ προεκτείνεται στο Δ και η γωνία ΑΓΒ διχοτομείται από ευθεία ΓΕ η οποία τέμνει την ΑΒ στο Ε. Μία ευθεία άγεται από το Ε παράλληλη με τη ΒΓ, που τέμνει την ΑΓ στο Ζ και την εξωτερική διχοτόμο της ΑΓΔ στο Η. Δείξτε ότι η ΕΖ είναι ίση με τη ΖΗ.
20. Η ΑΒ είναι η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ. Βρείτε σημείο Δ της ΑΒ τέτοιο ώστε η ΔΒ να είναι ίση με την κάθετο από το Δ στην ΑΓ.
21. Ευθεία άγεται κάθετα προς τη βάση ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ και τέμνει την ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ε. Δείξτε ότι το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές.

32

22. Η γωνία των διχοτόμων των γωνιών της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίση με μία εξωτερική γωνία του τριγώνου.
23. Η Α είναι η κορυφή του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ. Προεκτείνεται η ΒΑ στο Δ ώστε η ΑΔ είναι ίση με τη ΒΑ. Δείξτε ότι η γωνία ΒΓΔ είναι ορθή.
24. Κατασκευάστε ισοσκελές τρίγωνο που έχει την γωνία στην κορυφή ίση με το τετραπλάσιο της κάθε μίας γωνίας στη βάση.
25. Η ευθεία που ενώνει το μέσον της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου με την ορθή γωνία είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.
26. Οι διχοτόμοι των γωνιών της βάσης ισοσκελούς τριγώνου τέμνουν τις πλευρές στα Δ και Ε. Δείξτε ότι η ΔΕ είναι παράλληλη με τη βάση.
27. Τριχοτομείστε την ορθή γωνία.
28. Τριχοτομείστε δοθείσα πεπερασμένη ευθεία.

33–34

29. Εάν δύο απέναντι πλευρές τετραπλεύρου είναι ίσες, τότε είναι παραλληλόγραμμο.
30. Οι ευθείες που διχοτομούν δύο διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου είναι κάθετες.
31. Τα Α, Β, Γ είναι τρία σημεία πάνω σε μία ευθεία, τέτοια ώστε η ΑΒ είναι ίση με την ΒΓ. Δείξτε ότι το άθροισμα των καθέτων από τα Α και Γ προς οποιαδήποτε ευθεία που δεν περνά μεταξύ των Α και Γ είναι διπλάσιο της καθέτου από το Β προς την ίδια ευθεία.

35–45

32. Διχοτομείστε ένα παραλληλόγραμμο με ευθεία που άγεται από δοθέν σημείο εντός του παραλληλογράμμου.
33. Δείξτε ότι τα τέσσερα τρίγωνα στα οποία χωρίζεται ένα παραλληλόγραμμο από τις διαγωνίους του είναι ίσου περιεχομένου.
34. Η ευθεία που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλη με τη βάση του και είναι ίση με το μισό της βάσης.
35. Η ευθεία που ενώνει τα μέσα πλευρών τριγώνου αποκόπτει τρίγωνο περιεχομένου ίσου με το τέταρτο του όλου.
36. Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Από το Δ άγεται ευθεία που τέμνει την ΒΓ στο Ζ και την προέκταση της ΑΒ στο Η. Δείξτε ότι τα τρίγωνα ΑΒΖ και

ΓΖΗ είναι ίσα.
37. Το ΑΒΓΔ είναι δοθέν τετράπλευρο. Κατασκευάστε ένα άλλο τετράπλευρο ίσου περιεχομένου που έχει μία πλευρά την ΑΒ και μία άλλη επάνω σε ευθεία που άγεται από σημείο της ΓΔ παράλληλη με την ΑΒ.
38. Διχοτομείστε δοθέν τρίγωνο με ευθεία που άγεται από δοθέν σημείο πλευράς του.

46–48

39. Στις πλευρές ΑΓ, ΒΓ τριγώνου ΑΒΓ γράφονται τετράγωνα ΑΓΔΕ, ΒΓΖΗ αντίστοιχα. Δείξτε ότι η ΑΖ είναι ίση με τη ΒΔ.
40. Το τετράγωνο της πλευράς που υποτείνει οξεία (αντ. αμβλεία) γωνία τριγώνου είναι μικρότερο (αντ. μεγαλύτερο) από το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών που περιέχουν τη γωνία.
41. Σημείο Ρ ενώνεται με τις κορυφές ορθογωνίου ΑΒΓΔ. Το άθροισμα των τετραγώνων των ΡΑ και ΡΓ είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των ΡΒ και ΡΔ.
42. Το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων ορθογωνίου είναι ίσο με το διπλάσιο του αθροίσματος των τετραγώνων των ίσων πλευρών.
43. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με την γωνία Α ορθή. Άγονται προς τις απέναντι πλευρές οι ΒΕ, ΓΖ. Τότε το τετραπλάσιο του αθροίσματος των τετραγώνων των ΒΕ και ΓΖ είναι ίσο με το πενταπλάσιο του τετραγώνου της ΒΓ.

Βιβλίο β′

1–11

44. Να διαιρεθεί δοθείσα ευθεία σε δύο μέρη, ούτως ώστε το ορθογώνιο που περιέχεται από αυτά να είναι το μέγιστο δυνατόν.
45. Κατασκευάστε ορθογώνιο ίσο με τη διαφορά δοθέντων τετραγώνων.
46. Στο σχήμα της β′ 11, εάν η ΓΘ προεκταθεί ώστε να τμήσει την ΒΖ στο Ι, δείξτε ότι το ΓΙ είναι κάθετο στο ΒΖ.
47. Δείξτε ότι σε μία ευθεία που διαιρείται όπως στην β′ 11, το ορθογώνιο που περιέχεται από το άθροισμα και τη διαφορά των τμημάτων είναι ίσο με το ορθογώνιο που περιέχεται από τα τμήματα.

12–14

48. Το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών ενός τριγώνου είναι ίσο με το διπλάσιο άθροισμα του τετραγώνου του μισού της βάσης και του τετραγώνου της ευθείας που άγεται από την κορυφή προς το μέσο της βάσης.
49. Το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων παραλληλογράμμου είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών.
50. Το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων τετραπλεύρου είναι ίσο με το διπλάσιο άθροισμα των ευθειών που ενώνουν τα μέσα των απέναντι πλευρών.
51. Το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων τετραπλεύρου είναι μεγαλύτερο το άθροισμα των διαγωνίων κατά τέσσερις φορές το τετράγωνο της ευθείας που ενώνει τα μέσα των διαγωνίων.
52. Γράφεται τετράγωνο ΒΔΕΓ στην υποτείνουσα ΒΓ ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ. Δείξτε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των ΔΑ και ΑΓ είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των ΕΑ και ΑΒ.
53. Διαιρέστε δοθείσα ευθεία σε δύο τμήματα ώστε το ορθογώνιο που περιέχεται από αυτά να είναι ίσο με το τετράγωνο δοθείσας ευθείας η οποία είναι μικρότερη από τη μισή της ευθείας που διαιρείται.

Βιβλίο γ′

1–15

54. Να γραφεί κύκλος δοθέντος κέντρου που τέμνει δοθέντα κύκλο στα άκρα της διαμέτρου του.
55. Δείξτε ότι οι ευθείες που άγονται κάθετα από τα μέσα των πλευρών ορθογωνίου εγγεγραμμένου σε κύκλο τέμνονται σε σταθεροποιημένο σημείο.
56. Εάν σε δύο εφαπτόμενους κύκλους αχθούν δύο παράλληλες διάμετροι, ένα άκρο από κάθε διάμετρο και το σημείο επαφής θα κείνται στην ίδια ευθεία.

16–19

57. Από σημείο εκτός κυκλου μπορούν να αχθούν δύο εφαπτόμενες προς αυτόν, ίσου μήκους.
58. Προσδιορίστε το σημείο στην προέκταση της διαμέτρου κύκλου, ώστε η εφαπτόμενη που άγεται από αυτό προς την περιφέρεια να έχει δοθέν μήκος.

59. Από τα άκρα της διαμέτρου κύκλου, άγονται εφαπτόμενες που αποκόπτουν από τρίτη εφαπτόμενη τμήμα ΑΒ. Εάν Γ είναι το κέντρο του κύκλου, τότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

60. Να αχθεί ευθεία που να εφάπτεται σε δύο δοθέντες κύκλους.

61. Ένα τετράπλευρο περιγράφεται ώστε οι πλευρές του να εφάπτονται σε κύκλο. Δείξτε ότι τό άθροισμα των δύο πλευρών του είναι ίσο με το άθροισμα των άλλων δύο.

62. Σε περιγεγραμμένο τετράπλευρο, το αθροισμα των γωνιών που υποτείνονται από το κέντρο από δύο απέναντι πλευρές είναι ίσο με δύο ορθές.

63. ΑΒ είναι η διάμετρος και Γ το κέντρο ημικυκλίου. Δείξτε ότι το κέντρο Ο κάθε κύκλου που εγγράφεται στο ημικύκλιο ισαπέχει από το Γ και την εφαπτομένη στο ημικύκλιο που είναι παράλληλη με την ΑΒ.

64. Προεκτείνεται η διάμετρος ΒΑ κύκλου στο Ρ ώστε η ΑΡ να είναι ίση με την ακτίνα. Από το Α άγεται η εφαπτομένη ϵ και από το Ρ άγεται ευθεία που τέμνει τον κύκλο στο Γ και την ϵ στο Ε. Ενώνεται η ΒΓ και η προέκτασή της τέμνει την ϵ στο Δ. Τότε το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ισόπλευρο.

20–22

65. Άγονται δύο εφαπτόμενες ΑΒ, ΑΓ προς κύκλο· δείξτε ότι αν Δ είναι σημείο της περιφέρειας εκτός του τριγώνου ΑΒΓ, τότε το άθροισμα των γωνιών ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι σταθερό.

66. ΑΡΒ είναι μία σταθεροποιημένη χορδή που περνά από το σημείο τομής Ρ δύο κύκλων. Για οποιαδήποτε άλλη χορδή ΓΡΔ των κύκλων που περνά από το Ρ ισχύει ότι οι προεκτάσεις των ΑΓ και ΔΒ σχηματίζουν σταθερή γωνία.

67. Δείξτε ότι πλην ορθογωνίων, κανένα παραλληλόγραμμο δεν εγγράφεται σε κύκλο.

68. Τρίγωνο εγγράφεται σε κύκλο. Δείξτε ότι το άθροισμα των γωνιών στα τρία τμήματα εξωτερικά του τριγώνου είναι ίσο με τέσσερις ορθές.

69. Διαιρέστε ένα κύκλο σε δύο μέρη ώστε η γωνία που περιέχεται στο ένα τμήμα να είναι ίση με το πενταπλάσιο της γωνίας που περιέχεται στο άλλο.

70. Τα Α, Β, Γ, Δ είναι τέσσερα σημεία κατά σειρά επάνω σε κύκλο· οι προεκτάσεις των ΑΒ, ΓΔ τέμνονται στο Ζ και αυτές των ΑΔ, ΒΓ στο Θ. Δείξτε ότι οι διχοτόμοι των γωνιών ΑΖΓ και ΑΘΓ είναι κάθετες μεταξύ τους.

31

71. Οι κύκλοι που περιγράφονται στις ίσες πλευρές ισοσκελούς τριγώνου ως διάμετροι, θα τέμνονται στο μέσο της βάσης.
72. Στην πλευρά ΑΒ τριγώνου ΑΒΓ περιγράφεται κύκλος που την έχει ως διάμετρο. Η ΕΖ είναι διάμετρος παράλληλη στη ΒΓ. Δείξτε ότι οι ΕΒ και ΖΒ διχοτομούν την εσωτερική και την εξωτερική γωνία στο Β.
73. Εάν κύκλος έχει κέντρο Ο και στην ακτίνα ΟΑ περιγραφεί κύκλος που την έχει ως διάμετρο, τότε η περιφέρεια αυτού του κύκλου θα διχοτομεί κάθε χορδή που άγεται από το Α προς τον εξωτερικό κύκλο.
74. Η ΑΔ είναι διάμετρος κύκλου και τα Β, Γ είναι σημεία της περιφέρειας στο ίδιο μέρος της ΑΔ. Η κάθετος από το Δ στη ΒΓ την τέμνει στο Ε. Δείξτε ότι το τετράγωνο της ΑΔ είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των τετραγώνων των ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ κατά το διπλάσιο ορθογώνιο που περιέχουν οι ΒΓ, ΓΕ.
75. Δύο ίσοι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά και από το σημείο επαφής άγονται χορδές, μία προς κάθε κύκλο και κάθετες μεταξύ τους. Δείξτε ότι η ευθεία που ενώνει τα άλλα άκρα αυτών των χορδών είναι ίση και παράλληλη με την διάκεντρο.

32–34

76. Έστω ΑΒ χορδή κύκλου και ϵ εφαπτόμενη στο Α. Από σημείο Δ της ϵ άγεται παράλληλη με την ΑΒ που τέμνει την περιφέρεια στα Ε και Ζ. Δείξτε ότι το τρίγωνο ΕΑΔ είναι ισογώνιο με το τρίγωνο ΖΑΒ.
77. Εάν από σημείο περιφέρειας κύκλου αχθούν χορδή και εφαπτομένη, οι κάθετες που προσπίπτουν σε αυτές από το μέσον του τόξου που βαίνει η χορδή, είναι ίσες.
78. Κατασκευάστε τρίγωνο με δοθέντα: τη βάση, την απέναντί της γωνία, και το ύψος.
79. Από δοθέν σημείο εκτός κύκλου κέντρου Ο, να αχθεί ευθεία που τέμενει τον κύκλο στα Β και Γ, ώστε το εμβαδόν του ΒΟΓ να είναι το ελάχιστο συνατό.

35–37

80. Εάν δύο κύκλοι τέμνονται, οι εφαπτόμενες που άγονται προς τους δύο κύκλους από κάθε σημείο της προέκτασης της κοινής χορδής είναι ίσες.
81. Δείξτε ότι η κοινή χορδή δύο τεμνόμενων κύκλων διχοτομεί τις κοινές τους εφαπτομένες.

82. Εάν οι ΑΔ, ΓΕ αχθούν κάθετα στις πλευρές ΒΓ, ΑΒ τριγώνου ΑΒΓ, δείξτε ότι το ορθογώνιο που περιέχεται από τις ΒΓ και ΒΔ είναι ίσο με το ορθογώνιο που περιέχεται από τις ΒΑ και ΒΕ.
83. Από σημείο της κοινής χορδής δύο τεμνόμενων κύκλων, άγονται δύο άλλες χορδές, μία προς κάθε κύκλο. Δείξτε ότι τα άκρα αυτών των χορδών θα κείνται σε περιφέρεια κύκλου.

Βιβλίο δ′

10

84. Δείξτε ότι η γωνία ΑΓΔ στο σχήμα της δ′ 10 είναι ίση με το τριπλάσιο της γωνίας στη κορυφή του τριγώνου. Κατόπιν δείξτε ότι υπάρχουν δύο ισοσκελή τρίγωνα με την ιδιότητα της δ′ 10.
85. Στο σχήμα της δ′ 10 υποθέστε ότι οι δύο κύκλοι τέμνονται ξανά στο Ε. Τότε η ΔΕ είναι ίση με τη ΔΓ.
86. Δείξτε ότι ο μικρότερος από τους κύκλους του σχήματος της δ′ 10 είναι ίσος με τον κύκλο που περιγράφεται στο ζητούμενο τρίγωνο.

11–16

87. Οι ευθείες που συνδέουν τις μη διαδοχικές κορυφές ενός κανονικού πενταγώνου τέμνονται στις κορυφές ενός άλλου κανονικού πενταγώνου.
88. Κατασκευάστε κανονικό εξάγωνο από ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο. Δείξτε ότι η πλευρά του εξαγώνου είναι ίση με την ακτίνα του κύκλου, και το εξάγωνο έχει διπλάσιο περιεχομένο από το τρίγωνο.
89. Κάθε ισόπλευρο εγγεγραμμένο πολυγωνικό σχήμα είναι επίσης και ισογώνιο.

Βιβλίο στ′

1–2

90. Από σημείο Δ της βάσης ΒΓ τριγώνου ΑΒΓ άγονται ευθείες ΔΕ, ΔΖ παράλληλες με τις ΑΒ, ΑΓ που τις τέμνουν στα Ε, Ζ αντίστοιχα. Δείξτε ότι το τρίγωνο ΑΕΖ είναι μέσος ανάλογος μεταξύ των τριγώνων ΖΒΔ, ΕΔΓ.

91. Από σημείο Ε της κοινής βάσης δύο τριγώνων ΑΓΒ, ΑΔΒ, άγονται ευθείες παράλληλες με τις ΑΓ, ΑΔ που τέμνουν τις ΒΓ, ΒΔ στα Ζ, Η αντίστοιχα. Δείξτε ότι η ΖΗ είναι παράληλη στη ΓΔ.

92. Παράλληλη ευθεία με την πλευρά ΒΓ τριγώνου ΑΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Δ και την ΑΓ στο Ε. Αν οι ΒΕ και ΓΔ τέμνονται στο Ζ, δείξτε ότι το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ίσο με το τρίγωνο ΑΕΖ.

93. Εάν δύο πλευρές τετραπλεύρου είναι παράλληλες, οποιαδήποτε ευθεία παράλληλη προς αυτές, τέμνει τις δύο άλλες πλευρές ή τις προεκτάσεις τους, ανάλογα.

3

94. Η πλευρά ΒΓ τριγώνου ΑΒΓ διχοτομείται στο Δ και οι γωνίες ΑΔΒ, ΑΔΓ διχοτομούνται από τις ΔΕ, ΔΖ που τέμνουν τις ΑΒ, ΑΓ στα Ε, Ζ αντίστοιχα. δείξτε ότι η ΕΖ είναι παράλληλη με την ΒΓ.

4–6

95. Οι ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες, το Ε είναι το μέσον της ΓΔ, οι ΑΓ και ΒΕ τέμνονται στο Ζ και οι ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Η. Δείξτε ότι η ΖΗ είναι παράλληλη με την ΑΒ.

96. Εφαπτόμενη κύκλου στο σημείο Α τέμνει δύο παράλληλες εφαπτόμενες στα Β, Γ, τα σημεία επαφής των οποίων είναι τα Δ, Ε αντίστοιχα. Αν οι ΒΕ, ΓΔ τέμνονται στο Ζ, δείξτε ότι η ΑΖ είναι παράλληλη με τις εφαπτόμενες ΒΔ, ΓΕ.

97. Στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ τριγώνου ΑΒΓ παίρνονται σημεία Δ, Ε τέτοια ώστε η ΒΔ είναι ίση με την ΓΕ. Οι προεκτάσεις των ΔΕ, ΒΓ τέμνονται στο Ζ· δείξτε ότι η ΑΒ προς την ΑΓ είναι όπως η ΕΖ προς τη ΔΖ.

7–18

98. Αποδείξτε το Πυθαγόρειο Θεώρημα με την βοήθεια της στ′ 8.

99. Δείξτε ότι οι διαγώνιοι κάθε πτετραπλεύρου εγγεγραμμένου σε κύκλο διαιρούν το τετράπλευρο σε τέσσερα τρίγωνα που είναι όμοια ανά δύο. Με τη βοήθεια αυτού αποδείξτε την γ′ 35.

19

100. Το κανονικό εξάγωνο είναι ο μέσος ανάλογος του εγγεγραμμένου και του περιγεγραμμένου κανονικού τριγώνου. Συμπεράνετε ότι ο διπλάσιος λόγος των πλευρών των τριγώνων είναι το τετράγωνο του λόγου του περιγεγραμμένου τριγώνου προς το κανονικό εξάγωνο.