

**Μ207-ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ–ΠΡΟΤΥΠΟ
ΕΞΕΤΑΣΗΣ**

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ, ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

1. ΜΕΡΟΣ Α: ΛΥΣΤΕ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΩΝ ΠΡΟΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΟ

1. Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB=AG$) εάν και μόνο εάν η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας A είναι παράλληλη με τη βάση του $B\Gamma$. (α' 29, α' 32).
2. Ένα παραλληλόγραμμο χωρίζεται από τις διαγωνίους του σε τέσσερα τρίγωνα. Δείξτε ότι είναι ισεμβαδικά. (α' 35)
3. Εάν P είναι τυχόν σημείο και $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο, τότε
$$PA^2 + P\Gamma^2 = PB^2 + P\Delta^2. \text{ (α' 47)}$$
4. Έστω $AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο με $AB=AG$. Περιγράψτε κύκλους με διάμετρους τις AB , AG και δείξτε ότι τέμνονται στο μέσον της $B\Gamma$. (γ' 31).
5. Εάν δύο κύκλοι τέμνονται, οι εφαπτόμενες που άγονται προς τους δύο κύκλους από κάθε σημείο της προέκτασης της κοινής χορδής τους είναι ίσες. (γ' 36)
6. Εάν δύο πλευρές τετραπλεύρου είναι παράλληλες (τραπέζιο), οποιαδήποτε ευθεία παράλληλη προς αυτές, τέμνει τις δύο άλλες πλευρές ή τις προεκτάσεις τους, ανάλογα. (στ' 2)

2. ΜΕΡΟΣ Β: ΓΕΝΙΚΕΣ

1. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε κατασκευάσει το κανονικό τρίγωνο, το κανονικό πεντάγωνο και το κανονικό δεκαεπτάγωνο. Δώστε ένα στοιχειώδη τρόπο κατασκευής του κανονικού 255-γώνου. (Υπολογίστε την πλευρά του, αν δίδονται οι πλευρές των υπολοίπων).
2. Χρησιμοποιώντας την ομοιότητα, αποδείξτε το θεώρημα χορδής και εφαπτομένης.
3. Δικαιολογείστε γιατί η απόδειξη της β' 11 δίδει την κατασκευή του αριθμού $(-1 + \sqrt{5})/2$. Πως μπορούμε κατόπιν να προχωρήσουμε στην κατασκευή του κανονικού πενταγώνου;
4. Για να αποδείξει την α' 30, ο Ευκλείδης θεωρεί δεδομένο, ότι μία ευθεία που τέμνει μία από δύο παράλληλες ευθείες, θα τέμνει και τη δεύτερη. Αλλά κάτι τέτοιο δεν προκύπτει από τις προηγούμενες προτάσεις και αξιώματα. Χρησιμοποιώντας την Κοινή Έννοια 8 και την Πρόταση α' 29, διορθώστε αυτό το ελάττωμα. .

Διάρκεια εξέτασης: 100 λεπτά

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα Στοιχεία (οποιοδήποτε κείμενο) και όχι τις σημειώσεις του μαθήματος.