

**ΜΕΜ203-ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΗΣ
ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 23/01/2019**

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

Όνοματεπώνυμο/Α.Μ:

Τα θέματα δεν είναι ισοδύναμα.

Διάρκεια: 90 λεπτά, αποχώρηση μετά τα πρώτα 45 λεπτά.

Δεν επιτρέπονται βιβλία, σημειώσεις, κινητά τηλέφωνα και κάθε είδους ηλεκτρονικές συσκευές.

Παραδίνετε τα θέματα και όλες τις κόλλες σας.

Κάνετε καθαρά γράμματα και αξιόπιστα σχήματα!

1. α) Να αποδειχθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα με τον τρόπο του Ευκλείδη.
β) Το Πυθαγόρειο Θεώρημα εμπεριέχει πολλές μαθηματικές έννοιες. Το πολύ σε 15 γραμμές γράψτε:
 - 1) αυτές που θεωρείτε σπουδαιότερες και
 - 2) τον τρόπο (ή τους τρόπους) που θα πείθατε μαθητές Γυμνασίου/Λυκείου για τη σπουδαιότητά τους.
2. Αποδείξτε ότι το εμβαδόν E τριγώνου ισούται με $E = R \cdot \tau$ όπου R είναι η ακτίνα του εγγεγραμμένου του κύκλου και τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου. Είναι τα 3,4,5 μήκη πλευρών ορθογωνίου τριγώνου με ακτίνα εγγεγραμμένου κύκλου $R = 2$;
3. Έστω κύκλος K . α) Αποδείξτε ότι εάν μία χορδή του κύκλου αλλάζει θέση διατηρώντας το μήκος της, τότε το μέσον της περιέχεται σε κύκλο K' συγκεντρικό του K . β) Αποδείξτε ότι εάν δύο χορδές του K έχουν τα μέσα τους επί ενός συγκεντρικού κύκλου K' , τότε είναι ίσες.
4. Αποδείξτε με επαγωγή ότι το πλήθος D_n των διαγωνίων ενός κυρτού n -γώνου, $n > 3$, $n \in \mathbb{N}$, ισούται με

$$D_n = \frac{n(n-3)}{2}.$$

5. α) Να κατασκευαστεί τρίγωνο του οποίου δίνονται τα μήκη πλευρών a, b, c . β) Να κατασκευαστεί τρίγωνο του οποίου δίνονται τα μήκη των πλευρών a, b και το μήκος της περιεχομένης σε αυτές διαμέσου m_c .