ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2015–16

ΜΕΜ 216 ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 6

Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. Απο τις σημειωσεις του Shurman:

1. Σελ. 215–216. Κάποιες από αυτές τις κάναμε στην τάξη. Δείτε τις υπόλοιπες, έχουν ενδιαφέρον.

2. Σελ. 232–233. Είναι μεν όλες υπολογιστικές αλλά σας καλώ να τις προσπαθήσετε ώστε να αποκτήσετε οικειότητα με το Θεώρημα Πεπλεγμένων Συναρτήσεων. Για την 5.3.9. ακολουθήστε τη διαδικασία που κάναμε για να σχδιάσουμε τον λημνίσκο του Bernoulli.

Προσοχή! Η ενότητα για τους πολλαπλασιαστές Lagrange δεν διδάχθηκε και δεν αποτελεί μέρος της ύλης.

2. Διαφορες

1. Μία εφαρμογή του Θεωρήματος Πεπλεγμένων συναρτήσεων: Έστω $\Phi_i(x,y,z)=0$, $i=1,2$, δύο $\mathcal{C}^1$ υπερεπιφάνειες του $\mathbb{R}^3$ και η απεικόνιση $\Phi:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ όπου

$$\Phi(x,y,z)=\left(\Phi_1(x,y,z),\Phi_2(x,y,z)\right).$$

Θεωρήστε το σύνολο στάθμης

$$L=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid \Phi(x,y,z)=0\}$$

και υποθέσατε ότι το $P_0=(x_0,y_0,z_0)$ ανήκει στο L. Χρησιμοποιώντας το Θεώρημα Πεπλεγμένων Συναρτήσεων βρείτε συνθήκες ώστε γύρω από το P_0 να είναι

$$x=x(z),\quad y=y(z).$$

Συμπεράνατε ότι κοντά στό P_0 το L είναι καμπύλη

$$\gamma(z)=(x(z),y(z),z)$$

της οποίας και να υπολογίσετε ένα εφαπτόμενο διάνυσμα $\dot\gamma(x_0)$.

(Υπόδειξη: Από το ΘΠΣ πρέπει

$$\frac{\partial(\Phi_1,\Phi_2)}{\partial(x,y)}(P_0)=\det\left|\begin{matrix}\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} & \frac{\partial\Phi_1}{\partial y}\\ \\ \frac{\partial\Phi_2}{\partial x} & \frac{\partial\Phi_2}{\partial y}\end{matrix}\right|_{P_0}\neq 0.)$$