

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ – ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΟΥΝΙΟΥ  
10/06/14

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. α) **(0.5)** Βρείτε την παραμετρική και την καρτεσιανή εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $P(2, 3, -1)$  και  $Q(1, 4, -5)$ .

β) **(0.25)** Βρείτε το σημείο τομής της ευθείας  $x = 1 + 4t$ ,  $y = 1 - t$ ,  $z = t + 3$ , με το επίπεδο  $3x + 2y + 4z = 17$ .

2. **(1)** Δίνεται η παραμετρημένη καμπύλη  $\gamma$  με τύπο  $\gamma(t) = (t, 2t, 3t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , που περιγράφει τη θέση ενός κινητού κατά τη χρονική στιγμή  $t$ . Βρείτε τα διανύσματα ταχύτητας και επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , καθώς και τη γωνία τους.

3. **(1)** Δείξτε ότι δεν υπάρχει το όριο της

$$f(x, y) = \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2},$$

στο σημείο  $(0, 0)$ .

4. Με τον κανόνα της αλυσίδας:

(1) **(0.5)** Εκφράστε το  $dw/dt$  συναρτήσει του  $t$  όταν

$$w = x^3 + y^3, \quad x = \sin t, \quad y = \cos t.$$

(2) **(0.75)** Εκφράστε τα  $\partial w/\partial u$  και  $\partial w/\partial v$  συναρτήσει των  $u$  και  $v$  όταν

$$w = xy + yz + zx, \quad x = u + v, \quad y = u - v, \quad z = uv.$$

5. **(1)** Βρείτε τις κατευθύνσεις μέγιστης μείωσης και μέγιστης αύξησης της συνάρτησης

$$f(x, y) = x^4 + y^2x, \quad \text{στο σημείο } P(0, 1).$$

Υπολογίστε τις κατευθυνόμενες παραγώγους στις κατευθύνσεις αυτές στο  $P$ .

6. **(1.5)** Βρείτε τα ολικά ακρότατα της  $f(x, y) = x^2 - y^2$  στον μοναδιαίο κλειστό κυκλικό δίσκο.

7. **(1.25)** Έστω  $T$  το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  και  $(0, 1)$ . Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$I = \iint_T (x - 2y^2) dx dy.$$

8. **(1.25)** Με πολικές συντεταγμένες υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$I = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} (x^2 + y^2) dx dy.$$

9. **(1.5)** Ορθός κυκλικός κύλινδρος πυκνότητας  $\delta(x, y, z) \equiv 1$ , τοποθετείται έτσι ώστε το κέντρο της βάσης του να βρίσκεται στην αρχή των αξόνων. Βρείτε το κέντρο μάζας του.

**Υπάρχουν 10.5 μονάδες. Άριστα το 10.**

**Διάρκεια εξέτασης: 120 λεπτά.**