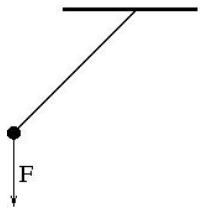
1. Διανυσματα

1.1. **Άσκηση:** Οι δυνάμεις στην φύση έχουν μέτρο και διεύθυνση επομένως μπορούν να παρασταθούν με διανύσματα. Έστω ένα εκκρεμές (που εξαρτάται από ράβδο) μετατοπισμένο από την κατακόρυφο θέση ισορροπίας κατά 45^o. Επάνω του ασκείται η βαρυτική δύναμη. Ας υποθέσουμε ότι μπορούμε να ακυρώσουμε αυτή την δύναμη ασκώντας δυνάμεις μόνο κατά την διεύθυνση της ράβδου και κατά την διεύθυνση της κίνησης του εκκρεμούς (σχήμα). Ποιές δυνάμεις πρέπει να ασκηθούν·

[Πρέπει να ασκήσουμε δύο δυνάμεις (διανύσματα) το άθροισμα των οποίων να είναι αντίθετο της βαρυτικής δύναμης (αντίθετο του διανύσματος της δύναμης).]



Σχημα 1. Εκκρεμές. $\boldsymbol{F}$: βαρυτική δύναμη.

1.2. **Άσκηση:** Προσδιορίστε την εξίσωση ευθείας που περνάει από το $(1,0,0)$ στην διεύθυνση του $\boldsymbol{j} = (0,1,0)$.

Λύση. Αρκεί στον γενικό τύπο να θέσουμε $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i}$ ώστε για $t = 0$ εξασφαλίζουμε ότι η ευθεία περνάει από το $\boldsymbol{i} = (1,0,0)$. Γράφουμε λοιπόν

$$\boldsymbol{l}(t) = \boldsymbol{i} + t\boldsymbol{j} \Rightarrow \boldsymbol{l}(t) = (1,0,0) + t(0,1,0) = (1,t,0)$$

ώστε έχουμε ευθεία παράλληλη στο $\boldsymbol{j}$.

1.3. **Άσκηση:** Προσδιορίστε την εξίσωση ευθείας που περνάει από το $\boldsymbol{a} = (-1,1,0)$ και $\boldsymbol{b} = (0,0,1)$.

Λύση. Η ζητούμενη ευθεία περνάει από το $\boldsymbol{a}$ και είναι παράλληλη στο $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$. Άρα γράφεται:

$$\boldsymbol{l}(t) = \boldsymbol{a} + t(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}) = (1-t)\boldsymbol{a} + t\boldsymbol{b}.$$

Γράφουμε τώρα $\boldsymbol{a} = (-1,1,0) = -\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{b} = (0,0,1) = \boldsymbol{k}$. Από τον παραπάνω τύπο έχουμε

$$\boldsymbol{l}(t) = (1-t)(-\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}) + t\boldsymbol{k} = (t-1)\boldsymbol{i} + (1-t)\boldsymbol{j} + t\boldsymbol{k}.$$

Μπορούμε τώρα να γράψουμε $\boldsymbol{l}(t) = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ και ακολούθως

$$x = t - 1, \quad y = 1 - t, \quad z = t.$$