ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ, ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜ. 2013-14
ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Δευτέρα 7 Οκτωβρίου: Εισαγωγικά στις καμπύλες. Τι είναι καμπύλη, παραμετρήσεις, εφαπτόμενο διάνυσμα, παραδείγματα. Μήκος τόξου, αναπαραμέτρηση, κανονικές και μοναδιαίας ταχύτητας καμπύλες.
Παράγραφοι: 1.1, 1.2, 1.3 τού βιβλίου.
Ασκήσεις από το βιβλίο: 1.1.4, 1.1.9, 1.2.2, 1.2.4, 1.3.1, 1.3.3.

Τετάρτη 9 Οκτωβρίου: Συνέχεια στις κανονικές και μοναδιαίας ταχύτητας καμπύλες, Καμπύλες στάθμης - παραμετρημένες καμπύλες. Εισαγωγή στην καμπυλότητα.
Παράγραφοι: 1.3, 1.5, 2.1 τού βιβλίου.
Ασκήσεις από το βιβλίο: 1.5.1, 1.5.2
Έχει αναρτηθεί το 1^o *φυλλάδιο ασκήσεων.*

Δευτέρα 14 Οκτωβρίου: Καμπυλότητα επίπεδης καμπύλης μοναδιαίας ταχύτητας. Καμπυλότητα κανονικής επίπεδης καμπύλης. Παραδείγματα. Καμπυλότητα κανονικής καμπύλης τού χώρου $\mathbb{R}^3$. Επανάληψη εξωτερικού γινομένου στον χώρο. Ο γενικός τύπος υπολογισμού τής καμπυλότητας.
Παράγραφος: 2.1 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 2.1.1.

Τετάρτη 16 Οκτωβρίου: Ο γενικός τύπος υπολογισμού τής καμπυλότητας - συνέχεια. Ο γενικός τύπος υπολογισμού τής καμπυλότητας για επίπεδες καμπύλες. Η προσημασμένη καμπυλότητα επίπεδων καμπύλων.
Παράγραφοι: 2.1, 2.2 τού βιβλίου.
Ασκήσεις από το βιβλίο: 2.2.1, 2.2.5, 2.2.6

Δευτέρα 21 Οκτωβρίου: Η γωνιακή συνάρτηση μιας καμπύλης παραμετρημένης ως προς μήκος τόξου. Η προσημασμένη καμπυλότητα ως ρυθμός περιστροφής τού εφαπτόμενου διανύσματος. Γεωμετρική ερμηνία τού προσήμου τής προσημασμένης καμπυλότητας. Ισομετρίες και ευθείες ισομετρίες τού επιπέδου.
Παράγραφος: 2.2 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 2.2.3

Τετάρτη 23 Οκτωβρίου: Το θεμελιώδες θεώρημα για επίπεδες καμπύλες: η προσημασμένη καμπυλότητα προσδιορίζει την καμπύλη μέχρι ευθείας ισομετρίας. Στρέψη καμπύλων τού χώρου - ορισμός και ο τύπος που υπολογίζει την στρέψη.
Παράγραφοι: 2.2, 2.3 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 2.3.1 (μόνο το ερώτημα υπολογισμού τής στρέψης)
Έχει αναρτηθεί το 2^o *φυλλάδιο ασκήσεων.*

Τετάρτη 30 Οκτωβρίου: Ο τύπος που υπολογίζει την στρέψη - απόδειξη. Μια καμπύλη τού χώρου έχει στρέψη μηδέν αν και μόνον αν είναι επίπεδη καμπύλη. Οι εξισώσεις τού Frenet. Μια καμπύλη τού χώρου με σταθερή καμπυλότητα και στρέψη

μηδέν είναι τμήμα κύκλου.
Παράγραφος: 2.3 τού βιβλίου.
Ασκήσεις από το βιβλίο: 2.3.1 (τα υπόλοιπα ερωτήματα τής άσκησης), 2.3.3 (το πρώτο ερώτημα μόνο).

Δευτέρα 4 Νοεμβρίου: Καμπυλότητα καμπύλων τού χώρου που βρίσκονται σε επιφάνεια σφαίρας. Ισομετρίες και ευθείες ισομετρίες τού χώρου. Το βασικό θεώρημα των καμπύλων τού χώρου. Παράδειγμα εύρεσης καμπύλης με δοσμένη καμπυλότητα και στρέψη και δοσμένες αρχικές συνθήκες (θέση και τρίακμο Frenet) σε σημειο.
Παράγραφος: 2.3 τού βιβλίου.
Ασκήσεις από το βιβλίο: 2.3.2, 2.3.3 (τα υπόλοιπα ερωτήματα τής άσκησης), 2.3.4.
Έχει αναρτηθεί το $3^ο$ φυλλάδιο ασκήσεων.

Τετάρτη 6 Νοεμβρίου: Κλειστές επίπεδες καμπύλες. Η περίοδος μιας κλειστής καμπύλης. Αναπαραμέτρηση ως προς μήκος τόξου με περίοδο το μήκος τής κλειστής καμπύλης. Η ολική προσημασμένη καμπυλότητα μιας κλειστής καμπύλης. Απλές κλειστές επίπεδες καμπύλες. Το εσωτερικό και το εξωτερικό μιας απλής κλειστής επίπεδης καμπύλης. Ο προσανατολισμός. Το θεώρημα τού Green και το εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από μια απλή κλειστή επίπεδη καμπύλη. Η ισοπεριμετρική ανισότητα.
Παράγραφοι: 1.4, 3.1, 3.2 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 3.2.2.

Τετάρτη 13 Νοεμβρίου: Ωοειδείς καμπύλες - απλές κλειστές καμπύλες με κυρτό εσωτερικό. Κορυφές καμπύλης. Το θεώρημα των τεσσάρων κορυφών. Ασκήσεις.
Παράγραφος: 3.3 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 3.3.2.

Δευτέρα 18 Νοεμβρίου: Επανάληψη από τον Απ. Λογ. ΙΙ: η Ιακωβιανή σε ένα σημείο μιας απεικόνισης $\Phi : U \to \mathbb{R}^m$, όπου U ανοικτό συνεκτικό τού $\mathbb{R}^m$ και οι ιδιότητές της. Επιφάνειες τού χώρου σε παραμετρική μορφή (η ορολογία τού βιβλίου είναι: κανονικά τμήματα επιφάνειας). Η Γεωμετρική ερμηνεία τής Ιακωβιανής. Η συνθήκη τής διαφορισιμότητας και τής τάξης τής Ιακωβιανής ώστε μια απεικόνιση $\Phi : U \to \mathbb{R}^3$, όπου U ανοικτό συνεκτικό τού $\mathbb{R}^2$ να ορίζει επιφάνεια σε παραμετρική μορφή (κανονικό τμήμα επιφάνειας). Εφαπτόμενα επίπεδα επιφανειών.
Παράγραφος: 4.2 τού βιβλίου.
Ασκήσεις από το βιβλίο: 4.2.3, 4.2.7 (κανονικό τμήμα επιφάνειας = επιφάνεια σε παραμετρική μορφή)

Τετάρτη 20 Νοεμβρίου: Το κάθετο διάνυσμα επιφάνειας. Παραδείγματα επιφανειών σε παραμετρική μορφή και τα κάθετα διανύσματά τους. Μήκος επιφανειακής καμπύλης. Οι συναρτήσεις E, F, G.
Παράγραφοι: 4.5 (το κομμάτι τής παραγράφου στην σελ. 84), 6.1 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 6.1.1.

Έχει αναρτηθεί το $4^ο$ φυλλάδιο ασκήσεων.

Δευτέρα 25 Νοεμβρίου: Η απεικόνιση $\Phi_* : T_PU \cong \mathbb{R}^2 \to T_QS$, όπου S η επιφάνεια που ορίζεται από την απεικόνιση $\Phi : U \to \mathbb{R}^3$. Η πρώτη θεμελιώσης μορφή. Οι ιδιότητες τού συμμετρικού πίνακα των E, F, G. Ασκήσεις.
Παράγραφος: 6.1 τού βιβλίου

Τετάρτη 27 Νοεμβρίου: Το μήκος επιφανειακής καμπύλης ως έκφραση που εμπεριέχει τον συμμετρικό πίνακα των E, F, G. Η γωνία δύο επιφανειακών καμπύλων ως έκφραση που εμπεριέχει τον συμμετρικό πίνακα των E, F, G και την πρώτη θεμελιώδη μορφή. Ασκήσεις.
Παράγραφος: 6.3 τού βιβλίου (μόνο σελ. 124 και παράδειγμα 6.3.1.

Δευτέρα 2 Δεκεμβρίου: Το εμβαδόν επιφάνειας σε παραμετρική μορφή ως έκφραση που εμπεριέχει την ορίζουσα τού συμμετρικού πίνακα των E, F, G. Μελέτη επιφανειακών καμπύλων: το διάνυσμα καμπυλότητας και η κάθετη καμπυλότητα καμπύλης.
Παράγραφος: 6.4 τού βιβλίου (μονο σελ. 130-132), 7.3 (μόνο σελ. 153 και το κομμάτι που αφορά την κάθετη καμπυλότητα).
Άσκηση από το βιβλίο: 6.4.1.
Έχει αναρτηθεί το $5^ο$ φυλλάδιο ασκήσεων.

Τετάρτη 4 Δεκεμβρίου: Η δεύτερη θεμελιώδης μορφή. Η κάθετη καμπυλότητα επιφάνειας σε σημείο της.
Παράγραφος: 7.1 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 7.1.2.

Δευτέρα 9 Δεκεμβρίου: Κάθετες τομές επιφάνειας. Η προσημασμένη καμπυλότητα των κάθετων τομών ισούται προς την κάθετη καμπυλότητα τής επιφάνειας ως προς την διεύθυνση τού διανύσματος ταχύτητας. Παραδείγματα.
Παράγραφος: 7.3 τού βιβλίου (μόνο αυτό που αναφέρεται στην κάθετη καμπυλότητα).
Άσκηση από το βιβλίο: 7.3.2.

Τετάρτη 11 Δεκεμβρίου: Τα ομογενή πολυώνυμα 2 μεταβλητών δευτέρου βαθμού και οι ρίζες τους (ευθείες μηδενισμού). Τοπική εικόνα επιφάνειας - μελέτη τής δεύτερης θεμελιώδους μορφής. Ελλειπτικά, σαγματικά (υπερβολικά), παραβολικά σημεία επιφάνειας.
Παράγραφοι: 7.1 και 7.3 τού βιβλίου.

Δευτέρα 16 Δεκεμβρίου: Κύριες καμπυλότητες - κύριες διευθύνσεις σε σημείο επιφάνειας. Ομφαλικά και επιπεδικά σημεία επιφάνειας. Οι κύριες διευθύνσεις σε ένα μή ομφαλικό σημείο είναι κάθετες μεταξύ τους.
Παράγραφος: 8.2 τού βιβλίου.

Τετάρτη 18 Δεκεμβρίου: Ο τύπος τού Euler για την κάθετη καμπυλότητα επιφάνειας σε μή ομφαλικό σημείο. Εύρεση κύριων καμπυλοτήτων και κύριων

διευθύνσεων με χρήση των πολλαπλασιαστών Lagrange.
Παράγραφος: 8.2 τού βιβλίου.
Άσκηση από το βιβλίο: 8.2.1.
Έχει αναρτηθεί το $6^ο$ φυλλάδιο ασκήσεων.

Τετάρτη 8 Ιανουαρίου: Η καμπυλότητα Gauss και οι μέση καμπυλότητα σε σημειο επιφάνειας. Αν όλα τα σημεία επιφάνειας είναι επιπεδικά τότε η επιφάνεια είναι επίπεδο. Υποδείξεις λύσεων ασκήσεων.
Παράγραφος: 8.1 τού βιβλίου.

Δευτέρα 13 Ιανουαρίου: Η συναλλοίωτη παράγωγος (κατά κατεύθυνση παράγωγος) τού κάθετου διανυσματικού πεδίου επιφάνειας. Η συναλλοίωτη παράγωγος ως γραμμική απεικόνιση. Τα κύρια διανύσματα είναι ιδιοδιανύσματα τής συναλλοίωτης παραγώγου τού κάθετου διανυσματικού πεδίου επιφάνειας με ιδιοτιμές τίς αντίθετες τιμές των κύριων καμπυλοτήτων.

Τετάρτη 15 Ιανουαρίου: Οι κύριες καμπύλες σε μιά επιφάνεια. Ύπαρξη. Το κριτήριο τής συναλλοίωτης παραγώγου τού κάθετου διανυσματικού πεδίου για τίς κύριες καμπύλες. Υποδείξεις λύσεων ασκήσεων.
Έχει αναρτηθεί το $7^ο$ φυλλάδιο ασκήσεων.

Δευτέρα 20 Ιανουαρίου: Αλγεβρικός προσδιορισμός των κύριων καμπύλων επιφάνειας. Πότε η καμπύλη τομής επιπέδου με επιφάνεια είναι κύρια καμπύλη. Υποδείξεις λύσεων ασκήσεων.