

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΑ Ι
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2010
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΙΙ (Ημερομηνία Παράδοσης 12/10/2010)

Άσκηση 1 Η σημερινή συναλλαγματική ισοτιμία ευρώ και ελβετικού φράγκου είναι 0,6676 €/CHF. Η τιμή ενός ευρωπαϊκού 180 ημερών εντόκου γραμματίου είναι €98,0199 ανά τιμή όψεως €100. Η τιμή του αντίστοιχου ελβετικού εντόκου είναι 98,5631CHF ανά 100 CHF. Η 180 ημερών προθεσμιακή τιμή συναλλάγματος είναι 0,67 €/CHF. Αγνοούμε ως συνήθως τις τριβές της αγοράς.

α) Βρείτε την θεωρητικά δίκαιη προθεσμιακή τιμή συναλλάγματος.

β) Περιγράψτε μια στρατηγική επιτηδειότητας. Πόσα κερδίζουμε για ένα συμβόλαιο 1000CHF;

Άσκηση 2 Ένας επενδυτής περιμένει μια μεγάλη πληρωμή σε δυο μήνες και θα ήθελε να χρησιμοποιήσει τα χρήματα αυτά για να αγοράσει μετοχές μιας εταιρείας. Η τρέχουσα τιμή της μετοχής είναι €25 αλλά ο επενδυτής ανησυχεί μήπως ανέβει μέσα στους επόμενους δυο μήνες. Η τράπεζά του, του προτείνει το ακόλουθο συμβόλαιο: Σε δυο μήνες, αν η μετοχή τιμάται πάνω από €30 η τράπεζα θα του πληρώσει την διαφορά της τιμής της από τα €30. Αν όμως η τιμή της μετοχής είναι κάτω από €22 τότε ο επενδυτής θα πληρώσει στην τράπεζα τη διαφορά της τιμής της από τα €22. Περιγράψτε ένα χαρτοφυλάκιο από ευρωπαϊκά δικαιώματα που υλοποιεί το παραπάνω συμβόλαιο.

Άσκηση 3 Ένα ευρωπαϊκό παράγωγο έχει απόδοση στην ωρίμανση που δίνεται από τη συνάρτηση:

$$f(S_T) = \begin{cases} 0 & , S_T \leq K_1 \text{ ή } S_T \geq K_4, \\ M \frac{S_T - K_1}{K_2 - K_1} & , K_1 \leq S_T \leq K_2, \\ M & , K_2 \leq S_T \leq K_3, \\ M \frac{K_4 - S_T}{K_4 - K_3} & , K_3 \leq S_T \leq K_4. \end{cases}$$

Συνθέστε ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ευρωπαϊκά δικαιώματα μόνο και έχει την ίδια απόδοση. Στη συνέχεια υπολογίστε την αρχική αξία του παραγώγου και αποδείξτε ότι:

$$\frac{c(S_0, T, K_1) - c(S_0, T, K_2)}{K_2 - K_1} \geq \frac{c(S_0, T, K_3) - c(S_0, T, K_4)}{K_4 - K_3}.$$

Άσκηση 4 Στο διευθύνοντα σύμβουλο μιας εταιρείας προτείνεται να αναλάβει υπουργικό αξίωμα. Όταν αυτός είχε προσληφθεί σαν διευθύνων σύμβουλος, η εταιρεία του πρόσφερε σαν bonus ευρωπαϊκά δικαιώματα αγοράς της μετοχής της εταιρείας με χαμηλή παραδοτέα τιμή τα οποία μπορεί μόνο να ασκήσει και όχι να πουλήσει, και που δεν έχουν φτάσει ακόμη στην ωρίμανση. Έτσι τώρα έχει προσωπικό συμφέρον στην εταιρεία αφού όσο υψηλότερη είναι η τιμή της μετοχής της όταν τα δικαιώματά του φτάσουν στην ωρίμανση τόσο μεγαλύτερο θα είναι το κέρδος του. Τίθεται λοιπόν ένα ηθικό ζήτημα σε συνδυασμό με την πρόθεσή του να αναλάβει υπουργικά καθήκοντα. Από την άλλη είναι παράλογο να του ζητηθεί να απεμπολήσει τα δικαιώματα αγοράς που κατέχει και που ήδη έχουν αποκτήσει μεγάλη αξία. Κάποιος σύμβουλός του του προτείνει να υπογράψει ένα προθεσμιακό συμβόλαιο ώστε να πουλήσει τις μετοχές που θα πάρει στην ωρίμανση ασκώντας τα δικαιώματα έναντι της προθεσμιακής τιμής $S_0 e^{rT}$ και ισχυρίζεται ότι έτσι θα είναι σαν να έχει πουλήσει τις μετοχές σήμερα και να έχει καταθέσει τη σημερινή τους αξία σε άνευ κινδύνου λογαριασμό. Εσείς τι γνώμη έχετε; Αν ακολουθήσει τη συμβουλή θα πάψει να έχει συμφέροντα στην αξία της μετοχής; Αν όχι τι θα τον συνέφερε οικονομικά να συμβεί;

Άσκηση 5 α) Αποδείξτε ότι αν η f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση τότε για κάθε $x \geq 0$:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \int_0^\infty (x - y)^+ f''(y) dy.$$

β) Θεωρώντας γνωστή την τιμή όλων των ευρωπαϊκών δικαιωμάτων αγοράς με ωρίμανση στο χρόνο T , τιμολογήστε ένα ευρωπαϊκό παράγωγο με απόδοση στο χρόνο T ίση με $S_T(2S_0 - S_T)$.