

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΑ Ι
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2010
 ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ VI (Ημερομηνία Παράδοσης 25/11/2010)

Άσκηση 1 Θεωρούμε ένα ιδιαίτερο δικαίωμα πώλησης επί μιας μετοχής με ωρίμανση σε 1 έτος που περιγράφεται ως εξής: Η τρέχουσα τιμή της μετοχής είναι €40 και η τρέχουσα τιμή άσκησης είναι €40. Αν η τιμή της μετοχής έπειτα από 6 μήνες είναι μικρότερη από €35 τότε η τιμή άσκησης στην ωρίμανση επανακαθορίζεται σε €35, διαφορετικά παραμένει στα €40.

α. Είναι η τιμή αυτού του δικαιώματος μικρότερη ή μεγαλύτερη από αυτήν ενός ευρωπαϊκού δικαιώματος πώλησης με την ίδια ωρίμανση και τιμή άσκησης €40; Απαντήστε χωρίς να υποθέσετε κάποιο υπόδειγμα για τη δυναμική της μετοχής.

β. Τιμολογήστε το παράγωγο χρησιμοποιώντας ένα διωνυμικό δέντρο δύο περιόδων με $u = 1,2737$ και $d = 0,7764$.

γ. Τιμολογήστε το παράγωγο χρησιμοποιώντας ένα διωνυμικό δέντρο τεσσάρων περιόδων με $u = 1,1879$ και $d = 0,8371$.

Δίνεται το άνευ κινδύνου επιτόκιο με συνεχή ανατοκισμό $r = 6\%$ κατ' έτος.

Άσκηση 2 α) Τιμολογήστε βάσει του υποδείγματος αγοράς της προηγούμενης άσκησης ένα παράγωγο με ωρίμανση $T = 1$ έτος που αποδίδει στην ωρίμανσή ποσό

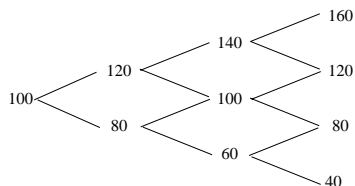
$$V_T(\omega) = \max_{i \in \{0,1,2,3\}} S_{t_i}(\omega) - S_T(\omega).$$

β) Περιγράψτε ακριβώς τις συναλλαγές που θα έπρεπε να κάνετε τις στιγμές $t = t_0, t_1, t_2$ ώστε να αντισταθμίσετε το παράγωγο αυτό στα παρακάτω δύο ενδεχόμενα:

- $\omega_1 = \{S_0 = 100, S_{t_1} = 120, S_{t_2} = 100, S_T = 80\}$
- $\omega_2 = \{S_0 = 100, S_{t_1} = 80, S_{t_2} = 100, S_T = 80\}$.

Σημείωση: το παράγωγο αυτό ουσιαστικά επιτρέπει στον κάτοχό του να πουλήσει το πρωτογενές χρεώγραφο στην μέγιστη τιμή που σημείωσε μέχρι την ωρίμανση, και είναι γνωστό σαν European lookback put option.

Άσκηση 3 Δίνεται το ακόλουθο διωνυμικό υπόδειγμα για τη δυναμική μιας μετοχής:



Η κάθε περίοδος στο παραπάνω δέντρο αντιστοιχεί σε διάστημα 4 μηνών. Στην αγορά υπάρχει επίσης ένα άνευ κινδύνου προϊόν με επιτόκιο 14,637% υπολογισμένο με συνεχή απόδοση. Τιμολογήστε βάσει του παραπάνω υποδείγματος ένα παράγωγο με ωρίμανση σε 1 έτος απόδοση $V = (\bar{S}_T - 100)^+$, όπου \bar{S}_T είναι ο μέσος όρος των τιμών της μετοχής στους 4,8 και 12 μήνες.