

ΜΑΘ. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΙΙ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2009
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Ι - Παράδοση 12/2

1 Με τη βοήθεια του υπολογιστή (π.χ. χρησιμοποιώντας τη Matlab) κάντε τη γραφική παράσταση της

$$S_N(t) = 1 + \frac{10}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{\sin(0.2\pi n)}{n} \cos(nt)$$

για $N = 3, 6, 10, 20, 50$ και 1000 .

2 Έστω f περιοδική συνάρτηση με περίοδο T που ορίζεται ως

$$f(t) = \frac{2|t|}{T} \text{ για } |t| \leq T/2.$$

α. Υπολογίστε το ανάπτυγμα Fourier της f και βρείτε πότε συγκλίνει στην $f(t)$.
β. Υπολογίστε το άθροισμα

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

3 α. Βρείτε το ανάπτυγμα Fourier της συνάρτησης f με περίοδο 2π και

$$f(t) = \cos(\alpha t) \text{ για } -\pi \leq t \leq \pi,$$

όπου $\alpha \notin \mathbb{Z}$.

β. Υπολογίζοντας το ανάπτυγμα Fourier για $t = 0$ δείξτε ότι αν ο x δεν είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του π τότε

$$\frac{1}{\sin x} = \frac{1}{x} + 2x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 - n^2\pi^2}.$$

4 Υπολογίστε το μετασχηματισμό Fourier του σήματος

$$f(t) = \begin{cases} (1 - |t|) \sin(1000t) & \text{αν } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{αν } |t| > 1. \end{cases}$$

5 Δίνονται οι συναρτήσεις $f(t) = \begin{cases} e^{-t} & \text{αν } t > 0 \\ 0 & \text{αν } t \leq 0, \end{cases}$ και $g(t) = f(-t)$. Υπολο-

γίστε τη συνέλιξή τους με δύο τρόπους: από τον ορισμό και χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier.