

Άσκηση 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 13:00, 6 Νοεμβρίου 2009

Πρόβλημα 1 [20 μονάδες] Δείξτε ότι η μεταβατική θήκη μιας συμμετρικής σχέσης είναι συμμετρική.

Πρόβλημα 2 [20 μονάδες] Έστω $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ μια διαμέριση ενός συνόλου A . Ορίζουμε μια διμελή σχέση R επί του A τέτοια ώστε αν $a, b \in A$, το διατεταγμένο ζεύγος (a, b) ανήκει στην R αν και μόνο αν τα a και b ανήκουν στο ίδιο σύμπλοκο της διαμέρισης του A . Δείξτε ότι η R είναι μια σχέση ισοδυναμίας.

Πρόβλημα 3 [20 μονάδες] Μία σχέση μερικής διάταξης R επί συνόλου A λέγεται δικτυωτό αν για κάθε $a, b \in A$, τα a και b έχουν μοναδικό ελάχιστο άνω φράγμα και μοναδικό μέγιστο κάτω φράγμα.
Είναι το καρτεσιανό γινόμενο δύο δικτυωτών πάντα ένα δικτυωτό;

Πρόβλημα 4 [20 μονάδες] Έστω R μια διμελής σχέση πάνω στο σύνολο των θετικών ακεραίων τέτοια ώστε:

$$R = \{(a, b) \mid a = b^2\}.$$

Είναι η R ανακλαστική; Συμμετρική; Αντισυμμετρική; Μεταβατική; Είναι μια σχέση ισοδυναμίας; Είναι μια σχέση μερικής διάταξης;

Πρόβλημα 5 [20 μονάδες] Έστω R μια ανακλαστική και μεταβατική σχέση του συνόλου A . Έστω T μια σχέση επί του A τέτοια ώστε το (a, b) ανήκει στην T , αν και μόνο αν και το (a, b) και το (b, a) ανήκουν στην R . Δείξτε ότι η T είναι μια σχέση ισοδυναμίας.

Σύνολο μονάδων: 100