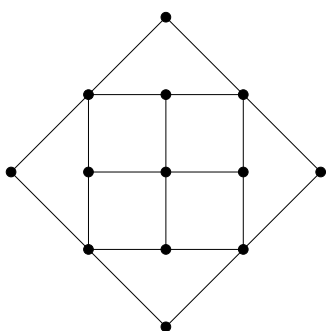


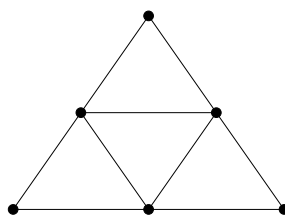
Άσκηση 3

Ημερομηνία Παράδοσης: 13:15, 27 Νοεμβρίου 2009

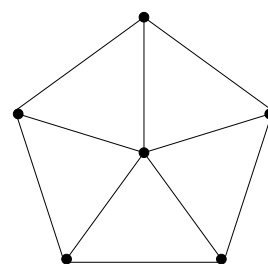
Πρόβλημα 1 [30 μονάδες] Λέγοντας ότι χρωματίζουμε γνήσιως ένα γράφημα εννοούμε ότι χρωματίζουμε τις κορυφές του γραφήματος έτσι ώστε δύο γειτονικές κορυφές να μην έχουν το ίδιο χρώμα. Ποιός είναι ο ελάχιστος απαραίτητος αριθμός χρωμάτων για ένα γνήσιο χρωματισμό των τριών γραφημάτων G_1 , G_2 και G_3 του παρακάτω σχήματος;



G_1



G_2



G_3

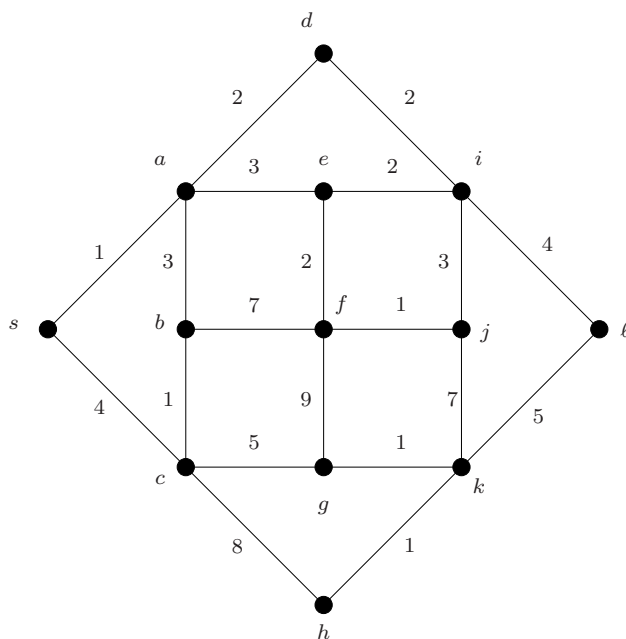
Δείξτε ότι ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα μπορεί να χρωματιστεί γνήσιως με δύο χρώματα αν και μόνο αν δεν περιέχει κανένα κύκλωμα περιττού μήκους.

Πρόβλημα 2 [10 μονάδες] Εξετάστε αν τα γραφήματα K_{99} και K_{100} έχουν κύκλωμα Euler και κύκλωμα Hamilton.

Πρόβλημα 3 [40 μονάδες] Ένα πλήρες διμερές γράφημα $K_{m,n}$ είναι ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα με σύνολο κορυφών $V = V_1 \cup V_2$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ με $|V_1| = m$ και $|V_2| = n$, τέτοιο ώστε δύο κορυφές του ενώνονται με ακμή αν και μόνο αν η μία ανήκει στο V_1 και η άλλη στο V_2 .

- (α') [6 μονάδες] Έχουν τα $K_{2,2}$, $K_{2,3}$, $K_{2,4}$, $K_{3,3}$, $K_{3,4}$ και $K_{4,4}$ κύκλωμα Euler; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- (β') [6 μονάδες] Έχουν τα $K_{2,2}$, $K_{2,3}$, $K_{2,4}$, $K_{3,3}$, $K_{3,4}$ και $K_{4,4}$ μονοπάτι Euler; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- (γ') [14 μονάδες] Διατυπώστε και αποδείξτε μία ικανή και αναγκαία συνθήκη για τα m και n προκειμένου να υπάρχει κύκλωμα Euler στο $K_{m,n}$.
- (δ') [14 μονάδες] Διατυπώστε και αποδείξτε μία ικανή και αναγκαία συνθήκη για τα m και n προκειμένου να υπάρχει μονοπάτι Euler στο $K_{m,n}$.

Πρόβλημα 4 [20 μονάδες] Εφαρμόστε τον αλγόριθμο του Dijkstra για να βρείτε τα ελάχιστα μονοπάτια και τα μήκη των ελαχίστων μονοπατιών από τον κόμβο s σε κάθε άλλο κόμβο του παρακάτω βεβαρυμένου μη κατευθυνόμενου γραφήματος. Παρουσιάστε λεπτομερώς τα αποτελέσματα του αλγορίθμου σε κάθε βήμα του.



Σύνολο μονάδων: 100