

Προγραμματιστική Εργασία

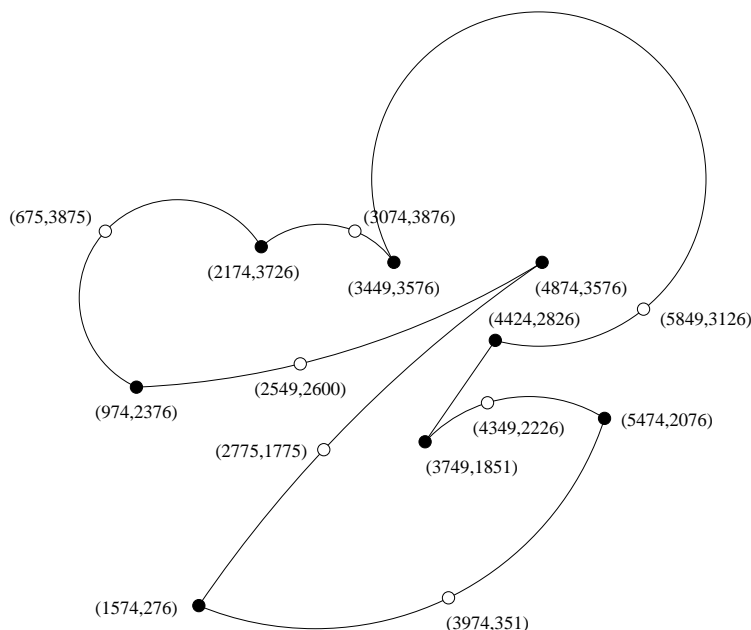
Ημερομηνία Παράδοσης: 22 Ιουνίου 2007

1 Τί πρέπει να κάνετε για την εργασία αυτή

Θεωρούμε ότι έχουμε ένα πολύγωνο από n ακμές στις δύο διαστάσεις. Οι ακμές είναι δυνατόν να είναι ευθύγραμμα τμήματα ή τόξα κύκλων, τα οποία «κοιτάνε» προς το εξωτερικό του πολυγώνου (βλ. Σχήμα 1). Κατά συνέπεια τα πολύγωνα είναι τοπικά κυρτά (εκτός ενδεχομένως από τις κορυφές). Τα πολύγωνα αυτά το ονομάζουμε *κυρτά κατά τμήματα*.

Για την εργασία αυτή θα πρέπει να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο να χωρίζει τα εν λόγω πολύγωνα σε y -μονότονα πολύγωνα: ένα πολύγωνο λέγεται y -μονότονο αν κάθε ευθεία παράλληλη με τον άξονα των x τέμνει το πολύγωνο σε το πολύ δύο σημεία, αν δεν έχουμε ευθύγραμμα τμήματα παράλληλα με τον άξονα των x , ή γενικότερα σε δύο συνεκτικά σύνολα (σημεία ή ευθύγραμμα τμήματα), αν επιτρέψουμε ευθύγραμμα τμήματα παράλληλα με τον άξονα των x . Ο αλγόριθμος που σας προτείνεται να υλοποιήσετε είναι η γενίκευση του αλγορίθμου για γραμμικά πολύγωνα που υπάρχει στο βιβλίο των de Berg, van Kreveld, Overmars και Schwarzkopf [2, Κεφάλαιο 2]. Ο αλγόριθμος/κώδικάς σας θα πρέπει να τρέχει σε χρόνο $O(n \lg n)$.

Τα παραπάνω θα εξηγηθούν με περισσότερες λεπτομέρειες στη συνέχεια.



Σχήμα 1: Ένα κυρτό κατά τμήματα πολύγωνο αποτελούμενο από τόξα κύκλων και ένα ευθύγραμμο τμήμα. Τα διατεταγμένα ζεύγη είναι συντεταγμένες των αντίστοιχων σημείων.

2 Προδιαγραφές

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να είναι γραμμένο σε C ή C++. Θα πρέπει να συμμορφώνεται με τις απαιτήσεις που περιγράφονται παρακάτω στις Παραγράφους 3 και 3.2. Μπορείτε να θεωρήσετε ότι τα αρχεία δεδομένων δεν περιέχουν λάθη στην καταγραφή των δεδομένων οπότε δε χρειάζεται τα προγράμματά σας να ελέγχουν για λάθη στα δεδομένα. Οι συντεταγμένες των σημείων θα είναι αριθμοί που θα αναπαρίστανται από *ακεραίους* (`long int`). Τα προγράμματά σας θα πρέπει να μεταγλωττίζονται στους υπολογιστές των αιθουσών H205 ή Λ205 με τους μεταγλωττιστές `gcc/g++` της C/C++ που υπάρχουν εγκατεστημένοι στους υπολογιστές αυτούς. Αν θέλετε να χρησιμοποιήσετε τη βιβλιοθήκη CGAL, θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μεταγλωττιστή της C++, έστω και αν ο κώδικάς σας είναι σε C.

Η εργασία αυτή είναι ατομική. Στην κείμενο που θα παραδώσετε, καθώς επίσης και σε κάθε αρχείο με κώδικα που θα παραδώσετε (βλέπε Παράγραφο 5) σημειώστε το ονοματεπώνυμο και τον αριθμό μητρώου σας (αν έχετε), καθώς και τμήμα σας ή το μεταπτυχιακό πρόγραμμα στο οποίο ανήκετε. Αναφέρετε με σαφήνεια όλες τις πηγές σας (βιβλιογραφικές, διαδικτυακές, κτλ.), και ειδικότερα αν πρόκειται για κώδικα.

3 Επικοινωνία με το χρήστη (user interface)

Η `int main(int argc, char* argv[])` του προγράμματός σας θα πρέπει να βρίσκεται σε ένα αρχείο με όνομα `cg_project.c` ή `cg_project.cpp` (αναλόγως του αν έχετε γράψει το πρόγραμμά σας σε C ή C++ αντίστοιχα). Το πρόγραμμά σας θα πρέπει να παίρνει δύο παραμέτρους (command line arguments). Η πρώτη θα είναι το όνομα του αρχείου από το οποίο το πρόγραμμά σας θα διαβάζει τα το πολύγωνο. Η δεύτερη θα είναι το όνομα του αρχείου στο οποίο το πρόγραμμά σας θα γράψει τα αποτελέσματα των υπολογισμών σας (τα μονότονα υπο-πολύγωνα).

3.1 Αρχείο δεδομένων πολυγώνου

Το αρχείο δεδομένων περιέχει στην πρώτη γραμμή τον αριθμό των ακμών/κορυφών του πολυγώνου, και εν συνεχεία σε κάθε γραμμή ένα από τα παρακάτω δύο:

1. αν πρόκειται για ευθύγραμμο τμήμα, το γράμμα `s` ακολουθούμενο από τις καρτεσιανές συντεταγμένες των δύο άκρων του ευθυγράμμου τμήματος (4 αριθμοί). Οι δύο πρώτοι αριθμοί αφορούν τις x και y συντεταγμένες του πρώτου σημείου, ενώ οι δύο επόμενοι τις x και y συντεταγμένες του δεύτερου σημείου.
2. αν πρόκειται για τόξο κύκλου, το γράμμα `c` ακολουθούμενο από τις καρτεσιανές συντεταγμένες τριών σημείων (6 αριθμοί). Το πρώτο και το τελευταίο σημείο είναι τα άκρα του τόξου κύκλου, ενώ το ενδιάμεσο (δεύτερο) σημείο είναι ένα σημείο στο εσωτερικό του τόξου κύκλου. Σε κάθε δυάδα αριθμών ο πρώτος είναι η x -συντεταγμένη του σημείου, ενώ ο δεύτερος είναι η y -συντεταγμένη του σημείου.

Για παράδειγμα, ένα αρχείο δεδομένων θα έχει τη μορφή:

```
5
s 0 0 10 0
c 10 0 11 -1 10 20
c 10 20 5 30 0 30
s 0 30 12 10
s 12 10 0 0
```

3.2 Τι πρέπει να επιστρέφουν τα προγράμματά σας (output)

Το πρόγραμμά σας θα πρέπει επιστρέφει στο αρχείο εξόδου τα εξής:

- Στην πρώτη γραμμή τον αριθμό των μονότονων πολυγώνων που υπολογίσατε.
- Στη συνέχεια δίνετε τα μονότονα πολύγωνα που υπολογίσατε. Κάθε μονότονο πολύγωνο περιγράφεται ως εξής. Στην πρώτη γραμμή δίνετε δύο αριθμούς που αντιστοιχούν στο στο αριθμό των ακμών στην αριστερή και δεξιά, αντίστοιχα, αλυσίδα του μονότονου πολυγώνου, και στη συνέχεια τις ακμές των δύο αλυσίδων, πρώτα τις ακμές της αριστερής και στη συνέχεια τις ακμές της δεξιάς αλυσίδας. Οι ακμές πρέπει να δίδονται σε φθίνουσα σειρά ως προς την y -συνιστώσα τους ανώτερου τους σημείου και κάθε γραμμή πρέπει να καταγράφεται σε ξεχωριστή γραμμή του αρχείου. Οι ακμές είναι δυνατόν να είναι τεσσάρων διαφορετικών τύπων:

1. Ένα από τα δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα. Τις ακμές αυτού του τύπου τις καταγράφουμε ως

$$s \ x1 \ y1 \ x2 \ y2,$$

όπου οι τέσσερις αριθμοί μετά το s είναι οι συντεταγμένες των άκρων του ευθυγράμμου τμήματος.

2. Ένα από τα δεδομένα τόξα κύκλου. Τις ακμές αυτού του τύπου τις καταγράφουμε ως

$$c \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3,$$

όπου οι έξι αριθμοί μετά το c είναι οι συντεταγμένες των τριών σημείων που ορίζουν το τόξο (άκρο-ενδιάμεσο σημείο-άκρο).

3. Ευθύγραμμη διαγώνιος του πολυγώνου. Οι διαγώνιοι αυτοί μπορεί να ενώνουν άκρα τόξων κύκλου ή ευθυγράμμων τμημάτων, ή είναι δυνατόν το ένα τους άκρο να είναι ακρότατο (άνω ή κάτω) κάποιου τόξου κύκλου. Στην περίπτωση αυτή καταγράφουμε τις διαγωνίους ως εξής:

- (α') Αν η διαγώνιος συνδέει άκρα ευθυγράμμων τμημάτων ή άκρα τόξων κύκλου, τις καταγράφουμε ως:

$$d \ x1 \ y1 \ x2 \ y2,$$

όπου οι τέσσερις αριθμοί μετά το d είναι οι συντεταγμένες των άκρων της διαγωνίου.

- (β') Αν η διαγώνιος συνδέει το άνω ακρότατο τόξου κύκλου με άκρο ευθυγράμμου τμήματος ή άκρο τόξου κύκλου, τις καταγράφουμε ως:

$$du \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3 \ x4 \ y4,$$

όπου οι έξι αριθμοί μετά το du είναι οι συντεταγμένες των τριών σημείων που ορίζουν το τόξο κύκλου (το εσωτερικό σημείο του τόξου είναι το $x2 \ y2$), ενώ οι $x4, y4$ είναι το άκρο του ευθυγράμμου τμήματος ή τόξου κύκλου.

- (γ') Αν η διαγώνιος συνδέει το κάτω ακρότατο τόξου κύκλου με άκρο ευθυγράμμου τμήματος ή άκρο τόξου κύκλου, τις καταγράφουμε ως:

$$dl \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3 \ x4 \ y4,$$

όπου οι έξι αριθμοί μετά το dl είναι οι συντεταγμένες των τριών σημείων που ορίζουν το τόξο κύκλου (το εσωτερικό σημείο του τόξου είναι το $x2 \ y2$), ενώ οι $x4, y4$ είναι το άκρο του ευθυγράμμου τμήματος ή τόξου κύκλου.

4. Τμήμα (κομμάτι) δεδομένου τόξου κύκλου. Το κομμάτι αυτό μπορεί να έχει ως άκρο ένα από τα άκρα του δεδομένου τόξου, ή και τα δύο άκρα του να είναι εσωτερικά σημεία (ακρότατα) του δεδομένου τόξου. Στην περίπτωση αυτή καταγράφουμε το τόξο κύκλου ως εξής:

(α') Αν το τόξο έχει και τα δύο του άκρα στο εσωτερικό του αρχικού τόξου, καταγράφουμε το τόξο αυτό ως:

$$ci \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3$$

(β') Αν το τόξο έχει ως άκρο στο εσωτερικό του αρχικού τόξου το άνω ακρότατο του αρχικού τόξου και βρίσκεται στα αριστερά του σημείου αυτού, καταγράφουμε το τόξο αυτό ως:

$$cul \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3$$

(γ') Αν το τόξο έχει ως άκρο στο εσωτερικό του αρχικού τόξου το άνω ακρότατο του αρχικού τόξου και βρίσκεται στα δεξιά του σημείου αυτού, καταγράφουμε το τόξο αυτό ως:

$$cur \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3$$

(δ') Αν το τόξο έχει ως άκρο στο εσωτερικό του αρχικού τόξου το κάτω ακρότατο του αρχικού τόξου και βρίσκεται στα αριστερά του σημείου αυτού, καταγράφουμε το τόξο αυτό ως:

$$c1l \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3$$

(ε') Τέλος, αν το τόξο έχει ως άκρο στο εσωτερικό του αρχικού τόξου το κάτω ακρότατο του αρχικού τόξου και βρίσκεται στα δεξιά του σημείου αυτού, καταγράφουμε το τόξο αυτό ως:

$$clr \ x1 \ y1 \ x2 \ y2 \ x3 \ y3$$

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το πολύγωνο του Σχήματος 1, το οποίο αντιστοιχεί στο παρακάτω αρχείο δεδομένων:

```
8
c 2174 3726 3074 3876 3449 3576
c 3449 3576 5849 3126 4424 2826
s 4424 2826 3749 1851
c 3749 1851 4349 2226 5474 2076
c 1574 276 3974 351 5474 2076
c 4874 3576 2775 1775 1574 276
c 974 2376 2549 2600 4874 3576
c 974 2376 675 3875 2174 3726
```

Για το πολύγωνο αυτό η διαμέρισή του σε y -μονότονα πολύγωνα φαίνεται στο Σχήμα 2, ενώ αρχείο εξόδου πρέπει να είναι ως εξής:

```
5
4 1
cul 2174 3726 3126 4424 3449 3576
d 3449 3576 4874 3576
d 4874 3576 4424 2826
c1l 2174 3726 3126 4424 3449 3576
ci 2174 3726 3126 4424 3449 3576
1 4
cul 974 2376 675 3875 2174 3726
cur 974 2376 675 3875 2174 3726
```

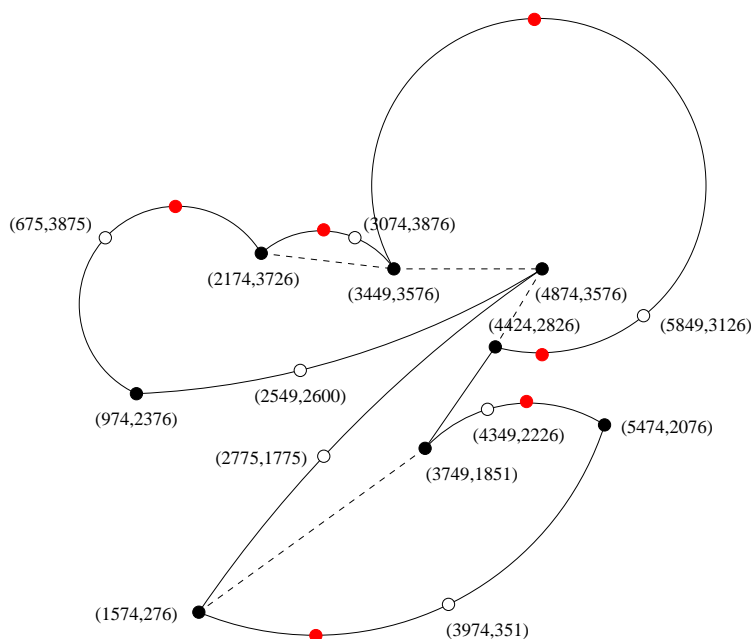
```

d 2174 3726 3449 3576
d 3449 3576 4874 3576
c 974 2376 2549 2600 4874 3576
2 1
cul 2174 3726 3074 3876 3449 3576
d 2174 3726 3449 3576
cur 2174 3726 3074 3876 3449 3576
1 3
c 4874 3576 2775 1775 1574 276
d 4874 3576 4424 2826
s 4424 2826 3749 1851
d 3749 1851 1574 276
3 2
cul 3749 1851 4349 2226 5474 2076
d 3749 1851 1574 276
c1l 1574 276 3974 351 5474 2076
cur 3749 1851 4349 2226 5474 2076
clr 1574 276 3974 351 5474 2076

```

4 Τί σας δίνεται

Στην ιστοσελίδα του μαθήματος θα βρείτε τρία δείγματα αρχείων δεδομένων εισόδου, μεταξύ των οποίων το `example1.cin` που αντιστοιχεί στα δεδομένα του παραδείγματος της Παραγράφου 3.1 και το `example2.cin` που αντιστοιχεί στα δεδομένα του Σχήματος 2. Πέραν των δεδομένων που σας δίδονται, σας προτείνω να κατασκευάσετε τα δικά σας δεδομένα για να ελέγξετε την ορθότητα του



Σχήμα 2: Διαμέριση του πολυγώνου του Σχήματος 1 σε μονότονα πολύγωνα. Τα κόκκινα σημεία είναι ακρότατα (άνω ή κάτω) των αντίστοιχων τόξων κύκλου.

αλγορίθμου σας.

5 Τί θα παραδώσετε

Θα πρέπει να παραδώσετε τον κώδικά σας, σε ένα αρχείο της μορφής `.zip` ή `.tar` ή `.tar.gz` ή `.tgz`. Επίσης θα πρέπει να παραδώσετε ένα δακτυλογραφημένο κείμενο 5-10 σελίδων (κατά προτίμηση σε L^AT_EX) που

- θα περιγράφει και θα εξηγεί τον αλγόριθμο που χρησιμοποιήσατε,
- θα περιγράφει την υλοποίηση του αλγορίθμου σας, και
- θα αναφέρεται στις δυσκολίες που τυχόν σας παρουσιάστηκαν στην επίλυση των προβλημάτων ή την υλοποίησή τους.

6 Computational Geometry Algorithms Library

Η βιβλιοθήκη Computational Geometry Algorithms Library (CGAL) είναι μία βιβλιοθήκη γεωμετρικών αλγορίθμων. Είναι γραμμένη σε C++, κάνει ευρεία χρήση των templates της C++, και ακολουθεί αρχές generic programming στη σχεδίαση και χρήση των δομών δεδομένων και αλγορίθμων που προσφέρει (κάτι ανάλογο με την STL).

Προκειμένου να αντιμετωπιστούν προβλήματα αριθμητικών λαθών και να επιτευχθεί η απαραίτητη ευστάθεια (robustness) στους αλγορίθμους που προσφέρει, ακολουθείται το λεγόμενο exact computation paradigm: οι αλγόριθμοι θεωρούν ότι οι αριθμητικές πράξεις δεν έχουν αριθμητικά λάθη, και αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση αριθμητικών τύπων πολλαπλής ακρίβειας (είτε ακεραίων/ρητών, είτε κινητής υποδιαστολής).

Για την εργασία αυτή μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τους αριθμητικούς τύπους που υπάρχουν στη βιβλιοθήκη. Οι αριθμητικοί αυτοί τύποι έχουν την ικανότητα να σας δίνουν με ακρίβεια (δηλαδή χωρίς αριθμητικά λάθη) το πρόσημο αλγεβρικών εκφράσεων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τις πράξεις $+$, $-$, \times , και αναλόγως του αριθμητικού τύπου, επίσης τις πράξεις $/$ και $\sqrt{\quad}$. Σε περίπτωση που θέλετε να χρησιμοποιήσετε τη βιβλιοθήκη κατευθείαν ή θέλετε να μάθετε περισσότερα γι' αυτήν μπορείτε να ανατρέξετε στην ιστοσελίδα της βιβλιοθήκης: <http://www.cgal.org>.

7 Βαθμολόγηση της εργασίας

Οι εργασίες σας θα βαθμολογηθούν με βάση τα εξής κριτήρια:

- το κείμενο που θα παραδώσετε,
- το σχεδιασμό του κώδικά σας,
- το κατά πόσο η υλοποίησή σας πετυχαίνει τον επιθυμητό ασυμπτωτικό χρόνο υπολογισμού,
- την ορθότητα του αλγορίθμου σας (από το αν, δηλαδή, θα δίνει τα σωστά αποτελέσματα στα δεδομένα στα οποία θα ελεγχθεί).

Υλοποιήσεις που δεν τηρούν τις προδιαγραφές που αναφέρονται στην Παράγραφο 2 δε θα βαθμολογηθούν και θα θεωρηθεί ότι η προγραμματιστική εργασία δεν έχει παραδοθεί.

8 Χρονοδιάγραμμα

Στις αρχές Ιουνίου, σε ώρες και μέρες που θα καθοριστούν θα γίνει συνάντηση με κάθε φοιτητή χωριστά, ώστε να συζητηθεί η πρόοδος του/της. Η εργασία θα πρέπει να παραδοθεί μέχρι τις 22 Ιουνίου.

9 Υποδείξεις

Προκειμένου να σας είναι πιο εύκολη η εκπόνηση της εργασίας, σας προτείνω τα εξής:

1. Υπολοποιήστε πρώτα τον αλγόριθμο για γραμμικά πολύγωνα. Τα δεδομένα να σας θα είναι πιο απλά και θα μπορέσετε να κάνετε πιο εύκολα debugging στο πρόγραμμά σας.
2. Χρησιμοποιήστε την εντολή `typedef` για να ορίσετε το δικό σας τύπο αριθμού, π.χ.

```
typedef long int NT;
```

και χρησιμοποιήστε τον τύπο που ορίσατε παντού στο πρόγραμμά σας. Με τον τρόπο αυτό θα σας είναι πολύ πιο εύκολο να χρησιμοποιήσετε αν θέλετε τους ακριβείς αριθμητικούς τύπους της CGAL αλλάζοντας μόνο μία γραμμή. Για παράδειγμα η παραπάνω γραμμή θα μπορούσε να αντικατασταθεί από την

```
typedef CORE::Expr NT;
```

Σχετική βιβλιογραφία

- [1] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein. *Introduction to Algorithms*. MIT Press, 2nd edition, 2001.
- [2] M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars, and O. Schwarzkopf. *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2nd edition, 2000.
- [3] J. O'Rourke. *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2001.
- [4] F. P. Preparata and M. I. Shamos. *Computational Geometry: An Introduction*. Springer, 1993.
- [5] R. Sedgewick. *Algorithms in C++*. Addison-Wesley, 3rd edition, 1998.
- [6] The Computational Geometry Algorithms Library (CGAL). <http://www.cgal.org>.