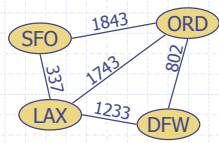


Γράφοι

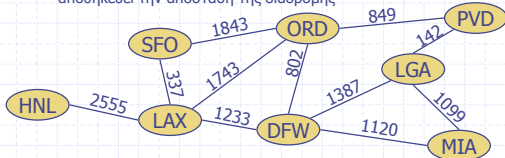


Περιγραφή και Υλικό Ανάγνωσης

- ◆ Γράφοι (§6.1)
 - Ορισμός
 - Εφαρμογές
 - Ορολογία
 - Ιδιότητες
 - ADT
- ◆ Δομές δεδομένων για γράφους (§6.2)
 - Δομή λίστας ακμών
 - Δομή λίστας γειτνίαςης
 - Δομή πίνακα γειτνίαςης

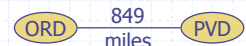
Γράφος

- ◆ Ένας γράφος είναι ένα ζευγάρι (V, E) , όπου
 - V είναι ένα σύνολο κόμβων, ονομαζόμενων **κορυφών**
 - E είναι ένα σύνολο από ζεύγη κορυφών, ονομαζόμενων **ακμών**
 - Οι κορυφές και οι ακμές είναι θέσεις και αποθηκεύουν στοιχεία
- ◆ Παράδειγμα:
 - Μια κορυφή αναπαριστά ένα αεροδρόμιο και αποθηκεύει ένα αεροπορικό κωδικό τριών γραμμάτων
 - Μια ακμή αναπαριστά μια διαδρομή μεταξύ δύο αεροδρομίων και αποθηκεύει την απόσταση της διαδρομής



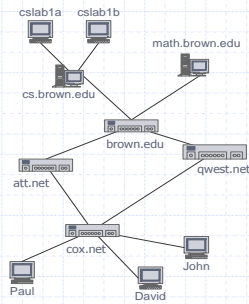
Τύποι ακμών

- ◆ Κατευθυνόμενες ακμές
 - Ταξινομημένα ζευγάρια κορυφών (u, v)
 - Η πρώτη κορυφή u είναι η αρχή
 - Η δεύτερη κορυφή v είναι ο προορισμός
 - π.χ., μια πτήση
- ◆ Μη κατευθυνόμενες ακμές
 - Μη ταξινομημένα ζευγάρια κορυφών (u, v)
 - π.χ., η διαδρομή μιας πτήσης
- ◆ Κατευθυνόμενος γράφος
 - Όλες οι ακμές είναι κατευθυνόμενες
 - π.χ., δίκτυο πτήσεων
- ◆ Μη κατευθυνόμενος γράφος
 - Όλες οι ακμές είναι μη κατευθυνόμενες
 - π.χ., δίκτυο διαδρομών



Εφαρμογές

- ◆ Ηλεκτρονικά κυκλώματα
 - Printed circuit board
 - Integrated circuit
- ◆ Δίκτυα Μεταφορών
 - Highway network
 - Flight network
- ◆ Δίκτυα Υπολογιστών
 - Local area network
 - Internet
 - Web
- ◆ Βάσεις Δεδομένων
 - Entity-relationship diagram



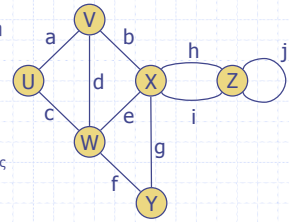
5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

5

Ορολογία

- ◆ Τελικές κορυφές (ή τελικά σημεία (endpoints)) μιας ακμής
 - U και V είναι τα endpoints της a
- ◆ Ακμές επικείμενες σε μια κορυφή
 - Οι a, d, και b είναι επικείμενες στη V
- ◆ Γειτονικές κορυφές
 - Οι U και V είναι γειτονικές
- ◆ Βαθμός μιας κορυφής
 - Η X έχει βαθμό 5
- ◆ Παράλληλες ακμές
 - Οι h και i είναι παράλληλες ακμές
- ◆ Self-loop
 - Το j είναι ένα self-loop



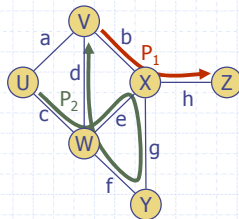
5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

6

Ορολογία (συν.)

- ◆ Μονοπάτι
 - Ακολουθία εναλλασσόμενων κορυφών και ακμών
 - Αρχίζει με μια κορυφή
 - Τελειώνει με μια κορυφή
 - Τα endpoints κάθε ακμής προηγούνται και ακολουθούν την ακμή
- ◆ Απλό μονοπάτι
 - Μονοπάτι του οποίου όλες οι κορυφές και οι ακμές είναι διακριτές
- ◆ Παραδείγματα
 - $P_1 = (V, b, X, h, Z)$ είναι ένα απλό μονοπάτι
 - $P_2 = (U, c, W, e, X, g, Y, f, W, d, V)$ είναι ένα μονοπάτι που δεν είναι απλό



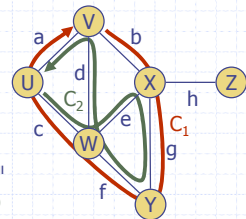
5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

7

Ορολογία (συν.)

- ◆ Κύκλος
 - Κυκλική ακολουθία εναλλασσόμενων κορυφών και ακμών
 - Τα endpoints κάθε ακμής προηγούνται και ακολουθούν την ακμή
- ◆ Απλός κύκλος
 - Κύκλος του οποίου όλες οι κορυφές και οι ακμές είναι διακριτές
- ◆ Παραδείγματα
 - $C_1 = (V, b, X, g, Y, f, W, c, U, a, V)$ είναι ένας απλός κύκλος
 - $C_2 = (U, c, W, e, X, g, Y, f, W, d, V, a, U)$ είναι ένας κύκλος που δεν είναι απλός



5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

8

Ιδιότητες

Ιδιότητα 1

$$\sum_v \text{deg}(v) = 2m$$

Απόδειξη: κάθε επδροίσιτ μετρίεται δύο φορές

Ιδιότητα 2

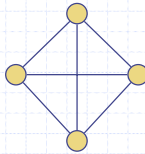
Σε ένα μη κατευθινόμενο γράφο χωρίς self-loops και πολλαπλές ακμές (multiple edges)

$$m \leq n(n-1)/2$$

Απόδειξη: κάθε κορυφή έχει βαθμό το πολύ $(n-1)$

Σημείωση

n αριθμός κορυφών
 m αριθμός ακμών
 $\text{deg}(v)$ βαθμός κορυφής v



Παράδειγμα

- $n = 4$
- $m = 6$
- $\text{deg}(v) = 3$

5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

9

Κύριες μέθοδοι του ΑΤΔ του Γράφου

- ◆ Κορυφές και ακμές
 - Είναι θέσεις
 - Αποθηκεύουν στοιχεία
- ◆ Accessor methods
 - `aVertex()`
 - `incidentEdges(v)`
 - `endVertices(e)`
 - `isDirected(e)`
 - `origin(e)`
 - `destination(e)`
 - `opposite(v, e)`
 - `areAdjacent(v, w)`
- ◆ Update methods
 - `insertVertex(o)`
 - `insertEdge(v, w, o)`
 - `insertDirectedEdge(v, w, o)`
 - `removeVertex(v)`
 - `removeEdge(e)`
- ◆ Generic methods
 - `numVertices()`
 - `numEdges()`
 - `vertices()`
 - `edges()`

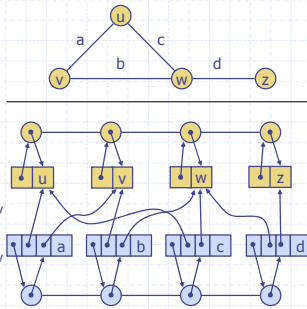
5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

10

Δομή Λίστας Ακμών

- ◆ Αντικείμενο Κορυφής
 - στοιχείο
 - Αναφορά στη θέση στην ακολουθία κορυφών
- ◆ Αντικείμενο ακμής
 - στοιχείο
 - Αρχής αντικείμενο Κορυφής
 - Προορισμός αντικείμενο Κορυφής
 - Αναφορά στη θέση στην ακολουθία ακμών
- ◆ Ακολουθία κορυφών
 - Ακολουθία των αντικειμένων Κορυφής
- ◆ Ακολουθία ακμών
 - Ακολουθία των αντικειμένων ακμών



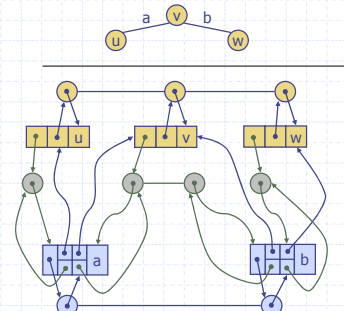
5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

11

Δομή Λίστας Γειτνίασης

- ◆ Δομή λίστας ακμών
- ◆ Ακολουθία πρόσπτωσης για κάθε κορυφή
 - Ακολουθία από αναφορές σε αντικείμενα κορυφών προσηπτότων ακμών
- ◆ Augmented edge objects
 - Αναφορές σε συνδεόμενες θέσεις σε ακολουθίες πρόσπτωσης για τελικές κορυφές



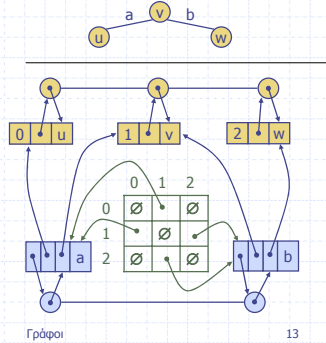
5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

12

Δομή Πίνακα Γειτνίασης

- ◆ Δομή λίστας ακμών
- ◆ Augmented vertex objects
 - Ακέραιο κλειδί (index) συνδεδεμένο με κάθε κορυφή
- ◆ Διδιάστατος πίνακας γειτνίασης
 - Αναφορά σε αντικείμενα ακμών για γειτονικές κορυφές
 - Null για μη γειτονικές κορυφές



5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

13

Απόδοση

- ◆ n κορυφές
- ◆ m ακμές
- ◆ χωρίς παράλληλες ακμές
- ◆ χωρίς self-loops

	Edge List	Adjacency List	Adjacency Matrix
Space	$n + m$	$n + m$	n^2
incidentEdges (v)	m	$\text{deg}(v)$	n
areAdjacent (v, w)	m	$\min(\text{deg}(v), \text{deg}(w))$	1
insertVertex (o)	1	1	n^2
insertEdge (v, w, o)	1	1	1
removeVertex (v)	m	$\text{deg}(v)$	n^2
removeEdge (e)	1	1	1

5/26/2005 5:29 PM

Γράφοι

14