

$\Leftarrow$ $\Sigma \times A \in \text{ord } n$

$\Phi(n) : (\forall m \in \omega) m < n \Rightarrow m \in n$

$\text{BE} \mid n = 0 \quad \delta \in \delta. \overset{m \in \omega}{\cancel{\text{m} \in \omega}}$

$\neg \exists \delta \quad m < 0 \Rightarrow m \in n$

κενή συνεπαγωγή

$(\nexists X \subset \emptyset) \quad \exists (BE)$

Εστω $n \in \omega$ τ.ω. $\phi(n)$ (ΕΥ)

(?) (ΕΒ) $\phi(n^+)$ | Εστω $m \in \omega$
τ.ω. $m < n^+$

(?) $N \Delta 0$ $m \in n^+$

π_1 | $m = n$ π_2 | $m \neq n$

$\Sigma \pi_i$ | $\pi_0 \phi$ $(x \in \chi^+) \Rightarrow (\pi_1)$

$$\frac{\Sigma \text{ZUV } \pi 2}{\quad} m \subset n^+$$

$$(\exists x) \in n^+ \quad x \notin m$$

$$x \in \{n\} \cup n$$

$$\pi A \quad x = n \quad \pi B \quad x \in n$$

$$\frac{1 \text{Gx}}{\quad} n \notin m$$

$$\frac{A n \quad 1 \text{Gx}}{\quad} \frac{\Sigma \text{ZUV } \pi A}{\quad} n \notin \phi$$

Έτσι, π_B | $M \in \mathcal{A}_T$

· Έστω ω_0 τέτοιο ώστε

'Αρα $\chi \in M$

$\chi_{\pi_B}(\omega) : \chi \in M$
 $\mathcal{A}_T \subseteq \mathcal{F}(\pi_B, \mathcal{G}_X)$

$$m \in n \cup \{n\}$$
$$n \notin m$$

$$\text{αρα } m \subseteq n$$

$$\delta\lambda\delta \quad m \leq n$$

$$n2: m \neq n$$

$$\text{αρα } m < n$$

$$\epsilon\gamma: m \in n$$

$$\text{αρα } m \in n^+$$

$$\mathbb{I}/(\pi 2, \Theta)$$

$\Theta 1$ | (η διάταξη του w είναι ολική)

Δεδο $m, n \in w$:

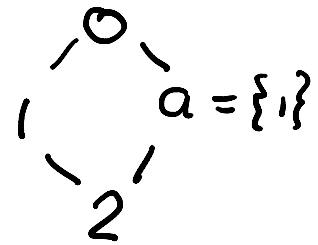
$$m \leq n \text{ ή } n \leq m$$

τα m, n είναι συγκρίσιμα

$\pi a e$ | $A = \mathcal{P}(2)$

$1, a$: όχι συγκρίσιμα

(όχι αληθ: $a \notin w$)



$\Theta 2$ (τριχοτομία)

$\Delta \varepsilon \delta \ m, n \in \omega$

$\exists$ ακριβώς 3 περιπτώσεις: $\begin{cases} m < n \\ m = n \\ m > n \end{cases}$ (δ)δ $n < m$)

Σx οι περιπτώσεις στο $\Theta 2$ είναι "ζεύγος"

ΑΓΧ $N \Delta 0 \quad \Theta 1 \Leftrightarrow \Theta 2$

$$\wedge \mid \forall n \in \omega$$
$$n \neq 0 \Rightarrow (\exists m \in \omega) \quad n = m^+$$

$\wedge n \mid A \subseteq \kappa$. $\wedge n \in \omega \mid$ επαγ. στο n

$\exists E \mid$ προφ (κεν' συνεπαρ.)

· εστω $n \in \omega$ τ.ω. $\phi(n)$ (ΕΥ)

① $\Phi(n^+)$

② $(\exists m) \quad n^+ = m^+$

proof (naively $m := n$)

$$\underline{N2} \mid \forall n \in \omega$$

$$\underbrace{(\forall m \in n) \quad m^+ \in n^+}_{\Phi(n)}$$

$$\underline{An} \mid AG \kappa. \quad \underline{N\omega m} \mid \exists x A \in \sigma_{\tau_0} n$$

$$\underline{BE} \mid \kappa \in \omega \text{ πρόταση}$$

$$\cdot \text{ } \in \omega \quad n \in \omega \quad \tau. \omega. \quad \Phi(n) \quad (EY)$$

$$\underbrace{ANDO \phi(n^+)} \mid \text{Εστω } m \in n^+ \\ ANDO \ m^+ \in (n^+)^+$$

$$\pi_1 \mid m \in n \quad \pi_2 \mid m = n$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^n \pi_i} \mid \text{από ΕΥ } m^+ \in n^+ \\ \text{άρα } m^+ \in (n^+)^+ \quad \Rightarrow (n_1) \\ (\text{αφού } x \in x^+)$$

□ $M \cong N$
 άρα $m^+ = n^+ \in (n^+)^+$

$$(x \in X^+)$$
$$\boxed{\text{X}} (\pi_2, \epsilon_B, A_\pi)$$

05 Oct 2020 12:10
Απ του Θ2 | ΣΧΑΕ στο n

$$\underbrace{(\forall m \in \omega) \quad m \in n \text{ ή } m = n \text{ ή } n \in m}_{\phi(n)}$$

BE | $\phi \subseteq x \quad (\forall x)$

$$(\forall x) \quad x = \phi \text{ ή } \phi \subset x$$

$$(\forall m \in \omega) \quad m = 0 \text{ ή } 0 < m$$

$$\mathbb{E}(BE)$$

• $\exists \tau w \ n \in w \ \tau.w. \ \phi(n) \quad (EY)$

EB | $\exists \tau w \ m \in w$
 $\tau.w. \ m \neq n^+ \ \downarrow \ n^+ \notin m$

AND $\bigcirc \ m \in n^+$

π_1 | $m = 0$ π_2 | $m \neq 0$

Στην π_1 | όπως είδατε & στην BE:

$$X := n^+$$

$$\forall a \quad X \neq \emptyset$$

$$\forall a \quad \emptyset \subset X$$

$$\exists \lambda \exists \quad 0 < n^+$$

$$\exists \lambda \exists \quad 0 \in n^+ \quad \boxed{\exists}(\pi_1)$$

$\bar{\Sigma} \cap \pi_2 \mid m \neq 0$
 $\text{and } \Lambda_1 (\exists k \in \omega) \quad m = k^+$
 $m \in \alpha \cap \pi, \text{ (ε}_{\Sigma} \text{ join } \alpha \text{) } m \notin \pi^+$
 $k^+ \notin \pi^+$
 $k \notin \pi \quad (\text{and } \Lambda_2) \quad (1)$

$$n^+ \notin K^+$$

άρα $n \notin K$ από 12

②

$$\text{ενίς } K^+ \neq n^+$$

άρα $K \neq n$ από P4

③

ΕΥ (1) (2) (3) 
αίν

$$\underbrace{\ominus}_{\text{A.}} \quad \forall m, n \in \omega$$

$$n < m \Leftrightarrow n^+ \leq m$$

$$\underbrace{A_n}_{\text{AOK.}}$$

$$\underbrace{\ominus}_{\text{AOK.}} \quad \forall m, n \in \omega$$

$$n < m^+ \Leftrightarrow n \subseteq m$$

$$\underbrace{A_n}_{\text{AOK.}} \Rightarrow \underbrace{\text{AOK.}}$$

$$\Leftarrow \text{εστω } \boxed{n \subseteq m \quad \textcircled{\neq}}$$

$$\pi_1 \mid n \in m$$

$$\pi_2 \mid n \notin m$$

$$\underline{\Sigma \pi_n \pi_1} \mid \chi \in \chi^+$$

$$\text{παιρνω } \chi = m$$

$$\text{άρα } n \in m^+$$

$$\text{εξ } n < m^+$$

$$\boxed{\Leftarrow}(\pi_1)$$

$\Sigma \tau \nu \pi_2$ | $\xi \rho \omega \eta \notin m$?

τρίχ. και

Επίσης $m \notin n$ (από $\otimes$, διδ. ου $n \leq m$)

από τρίχ : $m = n$

αφοι $x \in X^+$

έχω $n \in m^+ \quad \boxed{\in} (\pi_2, \Theta)$

14. Οι Φυσικοί Αριθμοί είναι Καλώς Διατεταγμένοι

ΚΘΤΕ Κάθε μη-κενό υποσύνολο του ω έχει ελάχιστο στοιχείο.

Αν $\exists A \subseteq \omega$ τ.ω $\nexists \min A$
 $\left[\delta \lambda \delta \nexists y \left\{ \begin{array}{l} y \in A \\ (\forall x \in A) y \leq x \end{array} \right. \right]$
 $\omega \neq \emptyset$ $A = \emptyset$ (?)

$\exists x A \in \text{στο } n :$

$$\Phi(n): (\exists m \in n) m \notin A$$

(χτ αρκει? $\forall n, \forall \text{φυσ. αριθ.}$
αρα $\forall$ για n^+

$$\text{παρε } m=n : n \notin A \\ \text{δλδ } A = \emptyset)$$

$B\bar{E}$ | χ_{EM}^1  $(B\bar{E})$