

Κάθε φορά που διδάσκω αυτό το μάθημα, σπαταλώ λίγο χρόνο από τις πρώτες διαλέξεις, προσπαθώντας να εξηγήσω τους λόγους που το θεωρώ πολύ απαιτητικό. Αυτή τη φορά δεν θα το κάνω αυτό. Ο σκοπός αυτού του χειμένου είναι να αντικαταστήσει αυτές τις εξηγήσεις μου. Θα ήθελα λοιπόν να σας παρακαλέσω, αν σκοπεύετε να εγγραφείτε στο μάθημα, **ΝΑ ΔΙΑΒΑΣΕΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΑ ΠΑΡΑΚΑΤΩ.**

Το μάθημα είναι, ίσως ακραία, θεωρητικό, με μηδαμινή έμφαση στους υπολογισμούς. Ειδικότερα δεν θα υπάρξουν υπολογιστικές ερωτήσεις στην εξέταση. Μεγάλο μέρος του τι κάνουμε στο μάθημα, είναι να αποδεικνύουμε θεωρήματα. (Το υπόλοιπο μέρος του μαθήματος είναι να προσπαθήσει να εξηγήσει γιατί αυτά που αποδεικνύουμε είναι ενδιαφέροντα.) Σημαντικό μέρος της εξέτασης θα είναι να αποδείξετε ότι θα σας ζητήσω. Ειδικότερα η εξέταση δεν θα είναι πολλαπλής επιλογής.

Το μάθημα είναι πολύ αφηρημένο. Το μόνο πράγμα που μελετάει είναι σύνολα. Αυτό γίνεται σε ακραίο βαθμό: Όλα τα «πράγματα» στο μάθημα είναι σύνολα. Οι συναρτήσεις ΕΙΝΑΙ σύνολα. Οι αριθμοί ΕΙΝΑΙ σύνολα. Και ούτω καθ' εξής.

Τα παραπάνω θα ακούσαν ως εξηγήσεις. Όμως αυτό που δυσκολεύει περισσότερο το μέσο φοιτητή δεν το έχω πει ακόμα, το λέω τώρα: Ένα ξεχωριστό χαρακτηριστικό της Θεωρίας Συνόλων είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη «θεμελίωση» των μαθηματικών. Αυτό σημαίνει, περίπου, το εξής: Μπορούμε να προσποιηθούμε ότι δεν ξέρουμε «τίποτα» για τα μαθηματικά, να δώσουμε μια λίστα από πέντε-δέκα αξιώματα, και από αυτά να αποδείξουμε, π.χ., όλα τα μαθηματικά που έχετε δει ως τώρα και που θα δείτε στις σπουδές σας. Προσοχή όμως: Αυτό δεν σημαίνει ότι δεν χρειάζεται να ξέρετε «τίποτα» και εγώ θα σας τα αποδείξω «όλα», ντροπιάζοντας όλους τους προηγούμενους καθηγητές σας. Το αντίθετο είναι αυτό που θα συμβεί. Στριζόμενος στη μαθηματική «ωριμότητα» που αποκτήσατε από τους προηγούμενους καθηγητές σας, θα κάνω μια περιγραφή, αναγκαστικά περιορισμένη από τα όρια του χρόνου που έχουμε στη διάθεση μας, του πως γίνεται αυτή η θεμελίωση. Αυτό μπερδεύει πολύ τον μέσο φοιτητή. Για παράδειγμα, πολλές ασκήσεις θα σας ζητούν να αποδείξετε «αυστηρά» κάτι. Αυτό σημαίνει ότι δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσετε τίποτα άλλο εκτός από αυτά που θα έχουμε «θεμελιώσει» ως τότε. Αυτό δυσκολεύει πολλούς όχι μόνο να δώσουν μια σωστή απόδειξη αλλά και να καταλάβουν που είναι το λάθος στην απόδειξη που προτείνουν.

Δεν ακολουθώ κάποιο συγκεκριμένο βιβλίο, κάποιες σημειώσεις θα αναρτηθούν στην ιστοσελίδα του μαθήματος, αλλά θεωρώ ότι λίγοι είναι αυτοί που μπορούν να διαβάσουν αυτό το μάθημα μόνοι τους. Οι περισσότεροι θεωρώ ότι πρέπει να παρακολουθούν, να σημειώνουν όχι μόνο αυτά που γράφω αλλά και κάποια από αυτά που λέω, και να επεξεργάζονται αυτές τις σημειώσεις πριν τις ξεχάσουν. Ούτε θεωρώ ότι ο τρόπος μελέτης στο μάθημα είναι απλώς η προσπάθεια επίλυσης ασκήσεων. Πολλές από τις αποδείξεις που θα δώσω θα τις θεωρώ «λυμένες ασκήσεις» παρόμοιες με τις οποίες θα ζητηθούν στην εξέταση.

Το μάθημα θα είναι μεν εξ αποστάσεως, αλλά θα προσπαθήσω να προσεγγίσω όσο μπορώ την μόνη «φυσική διαδικασία» που ξέρω και αγαπώ, δηλαδή τον πίνακα. Οπότε, όποιος δεν παρακολουθεί, και δεν παίρνει σημειώσεις, λιγιστή θα είναι η συμπάθεια και η συμπράσταση που θα εισπράξει από εμένα.

Πολλοί εγγράφονται στο μάθημα για να ελαχιστοποιήσουν την προσπάθεια που υπολογίζουν ότι θα τους ζητηθεί. Τους παρακαλώ να κάνουν τη χάρη σε εμένα, στους υπόλοιπους, και κυρίως στους εαυτούς τους, και να μην πάρουν το μάθημα.

Αλλά δυστυχώς η προσπάθεια δεν αρκεί. Από τη φύση του το μάθημα είναι για λίγους. Μάλιστα, αρκετοί από τους «λίγους» θα το βρουν «ξερό» και «πληκτικό», για παράδειγμα, αφού δεν περιέχει υπολογισμούς, ή «γεωμετρική ερμηνεία», ή «εφαρμογές».

Ελπίζω ότι θα λάβετε τα παραπάνω σοβαρά υπ' όψιν σας και σας εύχομαι καλό εξάμηνο.