

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

Εξεταστική Σεπτέμβρη 2012

Όνομα:

Αριθμός Μητρώου:

Οδηγίες: Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας το νούμερο κάθε σωστής απάντησης (1,2,3,4,5). Σωστές απαντήσεις βαθμολογούνται με 1 και λανθασμένες με -0.25. Η διάρκεια της εξέτασης είναι 120 λεπτά. Μπορείτε να φύγετε μετά μία ώρα. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Απάντηση										

S/N: 250

Θέμα 1. Εάν M_n είναι το μέγιστο και m_n το ελάχιστο της συνάρτησης $f_n(x) = e^{-x}x^n$ στο διάστημα $[n, n+1]$, τότε το όριο $\lim_{n \rightarrow +\infty} M_n/m_n$ ισούται με

- (1) $+\infty$
- (2) $e/2$
- (3) 1
- (4) e^2
- (5) e

Θέμα 2. Το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x^3$ και $y = x^2$, και τις ευθείες $x = -1$ και $x = 2$, είναι

- (1) $\left| \int_{-1}^2 x^3 - x^2 dx \right|$
- (2) $\left| \left| \int_{-1}^2 x^3 dx \right| - \left| \int_{-1}^2 x^2 dx \right| \right|$
- (3) $\int_{-1}^0 (x^3 - x^2) dx + \int_0^1 (x^3 - x^2) dx - \int_1^2 (x^3 - x^2) dx$
- (4) $\left| \int_{-1}^0 x^3 - x^2 dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 - x^2) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - x^2) dx \right|$
- (5) Διαφορετικό από τις άλλες τέσσερις απαντήσεις.

Θέμα 3. Πόσες από τις παρακάτω σειρές συγκλίνουν (σε πραγματικό αριθμό);

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^4 + 1}{n^5 + 1}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

- (1) Καμία
- (2) Τρεις
- (3) Όλες
- (4) Δύο
- (5) Μία

Θέμα 4.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1^{2011} + 2^{2011} + \dots + n^{2011}}{n^{2012}} =$$

- (1) 2011
- (2) 0
- (3) 1/2012
- (4) $+\infty$
- (5) 1/2011

Θέμα 5. Πόσα από τα παρακάτω όρια υπάρχουν;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin(1/x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1)^{[x]}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sin(1/x).$$

- (1) Δύο
- (2) Όλα
- (3) Τρία
- (4) Ένα
- (5) Κανένα

Θέμα 6.

$$\int \frac{1}{x(x+1)(x+2)} dx =$$

- (1) $3 \ln|x| - \ln|x+1| + 2 \ln|x+2| + c$
- (2) $\ln|x| + \ln|x+1| - \ln|x+2| + c$
- (3) $-\frac{1}{2} \ln|x| + 2 \ln|x+1| - \frac{3}{2} \ln|x+2| + c$
- (4) $\frac{1}{2} \ln|x| - \ln|x+1| + \frac{1}{2} \ln|x+2| + c$
- (5) $\frac{3}{2} \ln|x| - 2 \ln|x+1| + \frac{1}{2} \ln|x+2| + c$

Θέμα 7. Η συνάρτηση $f(x) = \int_0^{x^3} (t-1)(t-2)^{10} dt$

- (1) Λαμβάνει ολικό μέγιστο για $x = 1$.
- (2) Λαμβάνει ολικό ελάχιστο για $x = 0$.
- (3) Δεν λαμβάνει ολικό μέγιστο, ούτε ολικό ελάχιστο.
- (4) Λαμβάνει ολικό ελάχιστο για $x = 1$.
- (5) Λαμβάνει ολικό μέγιστο για $x = 2$.

Θέμα 8.

$$\int_0^2 \ln(x+1) dx =$$

- (1) $3 \ln 3$
- (2) $3 \ln 3 - 2$
- (3) $\ln 3$
- (4) $3 \ln 3 - 1$
- (5) $\ln 3 - 2$

Θέμα 9. Έαν το σύνολο τιμών της $f(x) = 2e^x/(2e^x + 1)$ είναι ένα διάστημα με άκρα a και b , τότε το $a + b$ είναι ίσο με

- (1) $+\infty$
- (2) 2
- (3) $e/2$
- (4) 1
- (5) $1/2$

Θέμα 10. Η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^a \sin(x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

είναι παραγωγίσιμη στο 0

- (1) αν και μόνο αν $a > -1$.
- (2) αν και μόνο αν $a \geq 0$.
- (3) για όλα τα $a \in \mathbb{R}$.
- (4) αν και μόνο αν $a > 0$.
- (5) αν και μόνο αν $a \geq -1$.