

Αριθμητική Ανάλυση

Φυλλάδιο Ασκήσεων 1

Παράδοση: 22/10/2021

1. Αν $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ και $\kappa_1(A)$, $\kappa_2(A)$, $\kappa_\infty(A)$ ο δείκτης κατάστασης του A ως προς τις νόρμες $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$, αντίστοιχα, τότε δείξτε ότι
 - (α') $\frac{1}{n}\kappa_2(A) \leq \kappa_1(A) \leq n\kappa_2(A)$
 - (β') $\frac{1}{n}\kappa_\infty(A) \leq \kappa_2(A) \leq n\kappa_\infty(A)$
 - (γ') $\frac{1}{n^2}\kappa_\infty(A) \leq \kappa_2(A) \leq n^2\kappa_\infty(A)$
2. Δείξτε ότι $\|A\|_2 \leq \sqrt{\|A\|_\infty \|A\|_1}$
3. Έστω $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Η απεικόνιση $\|\cdot\| : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $\|x\| = \sqrt{(Ax, x)}$ ορίζει μια νόρμα; Βρείτε κατάλληλες συνθήκες για τον πίνακα A .
4. Δείξτε ότι αν $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, αντιστρέψιμοι, τότε $B^{-1} = A^{-1} - B^{-1}(B - A)A^{-1}$
5. Έστω $x, y \in \mathbb{R}^n$, $(x, y) = x^T y = 0$. Δείξτε ότι $\|x \pm y\|_2^2 = \|x\|_2^2 + \|y\|_2^2$